

# Ellipsoïdes

de Pierre Gallais



texte d'Étienne Ghys  
illustrations de Marie Lhuissier  
et la coccinelle de Gotlib !

# Pierre Gallais

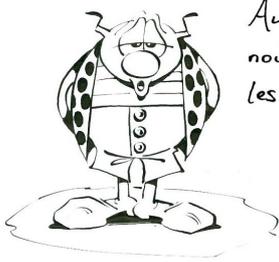
Les ellipsoïdes présentés dans cette exposition sont l'oeuvre de Pierre Gallais, artiste lyonnais invité à la Maison des Mathématiques et de l'Informatique pour 2014/2015.



*« En premier je cherche la structure qui soutient l'émotion mais je n'ignore pas que ce n'est pas la charpente qui fait la maison... il faut un toit, des murs, des fenêtres et de l'air qui circule. »*

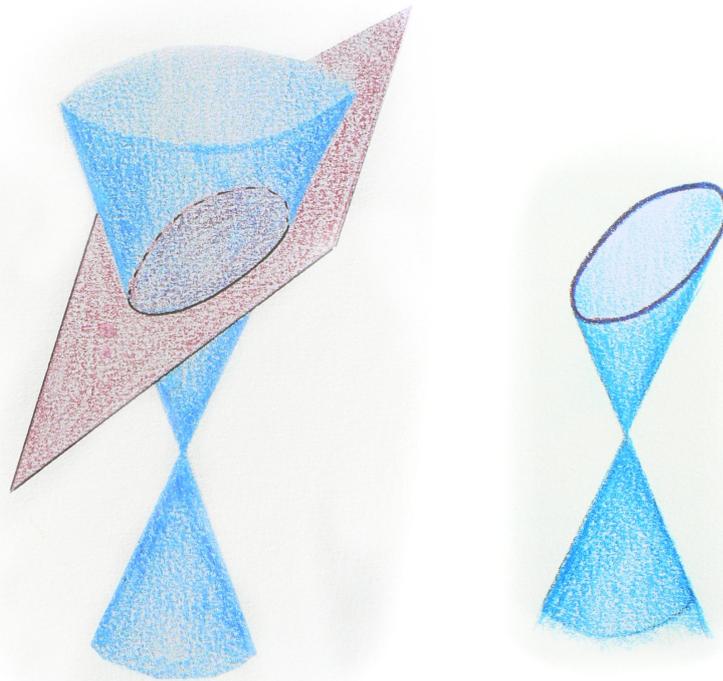
Pierre Gallais a suivi une formation d'ingénieur puis de mathématicien. Il s'est ensuite tourné vers l'art et a enseigné l'« approche scientifique des arts plastiques » à l'École des Beaux-Arts d'Aix-en-Provence. Il édite régulièrement la revue *Mathazine*.

**En savoir plus :** <http://www.institutdemathologie.fr/>  
<http://images.math.cnrs.fr/Pierre-Gallais-artiste-et.html>



Aujourd'hui les enfants  
nous allons découvrir ensemble  
les merveilles de l'ellipsoïde.

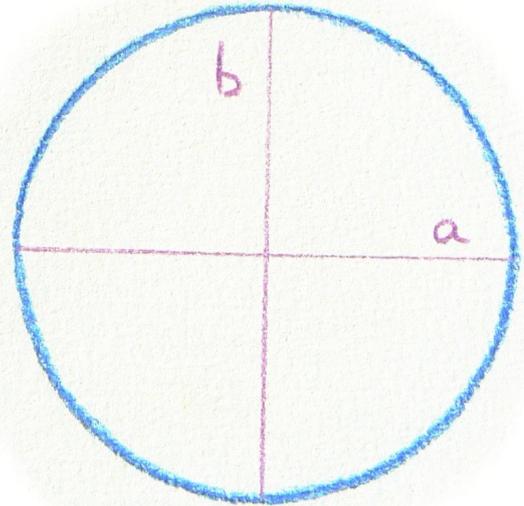
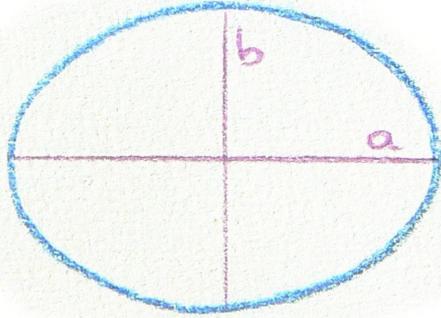
Partez d'un cône dont la base est un cercle et coupez-le par un plan. La section obtenue s'appelle, sans beaucoup d'originalité, une section conique !



L'une des formes que peuvent prendre ces sections s'appelle une ellipse. Une courbe de forme ovale. . .

Une ellipse a un grand axe, noté ici  $a$ , et un petit axe, noté  $b$ .

Lorsque  $a = b$ , l'ellipse est un cercle !



L'équation de l'ellipse n'est pas bien difficile à écrire :

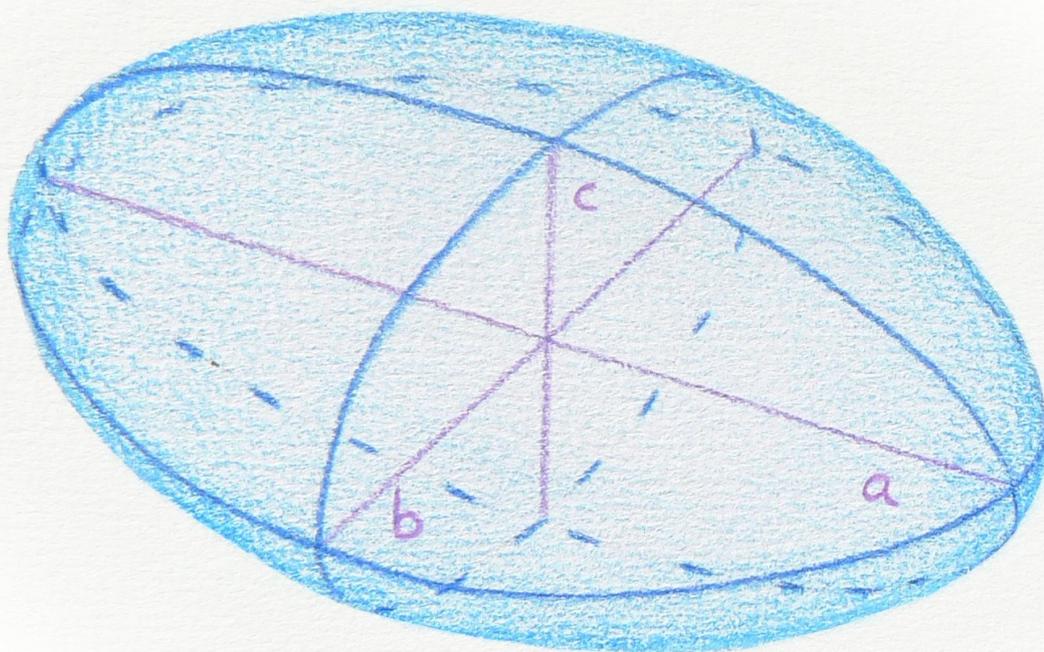
$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1$$

pas difficile à écrire...  
encore faut-il savoir  
l'écrire !



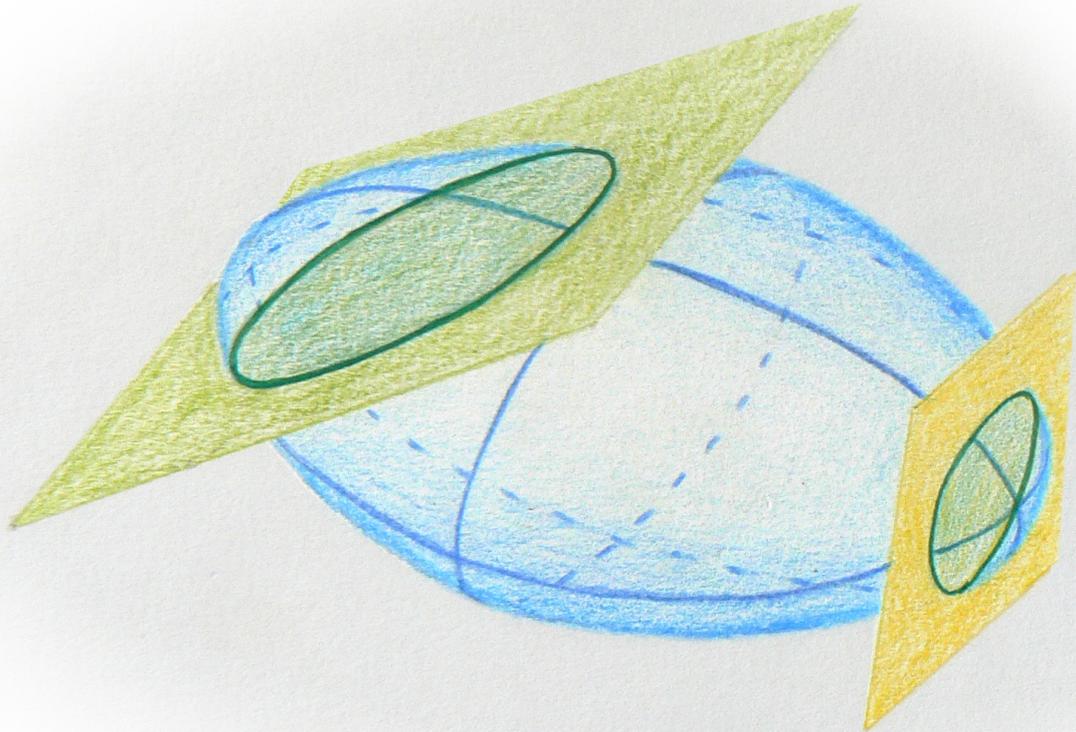
Lorsqu'on passe du plan à l'espace, on a affaire à des ellipsoïdes. Leur équation n'est pas difficile non plus :

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 + \left(\frac{z}{c}\right)^2 = 1$$



Il y a maintenant trois axes. Le grand,  $a$ , le moyen,  $b$ , et le petit,  $c$ .

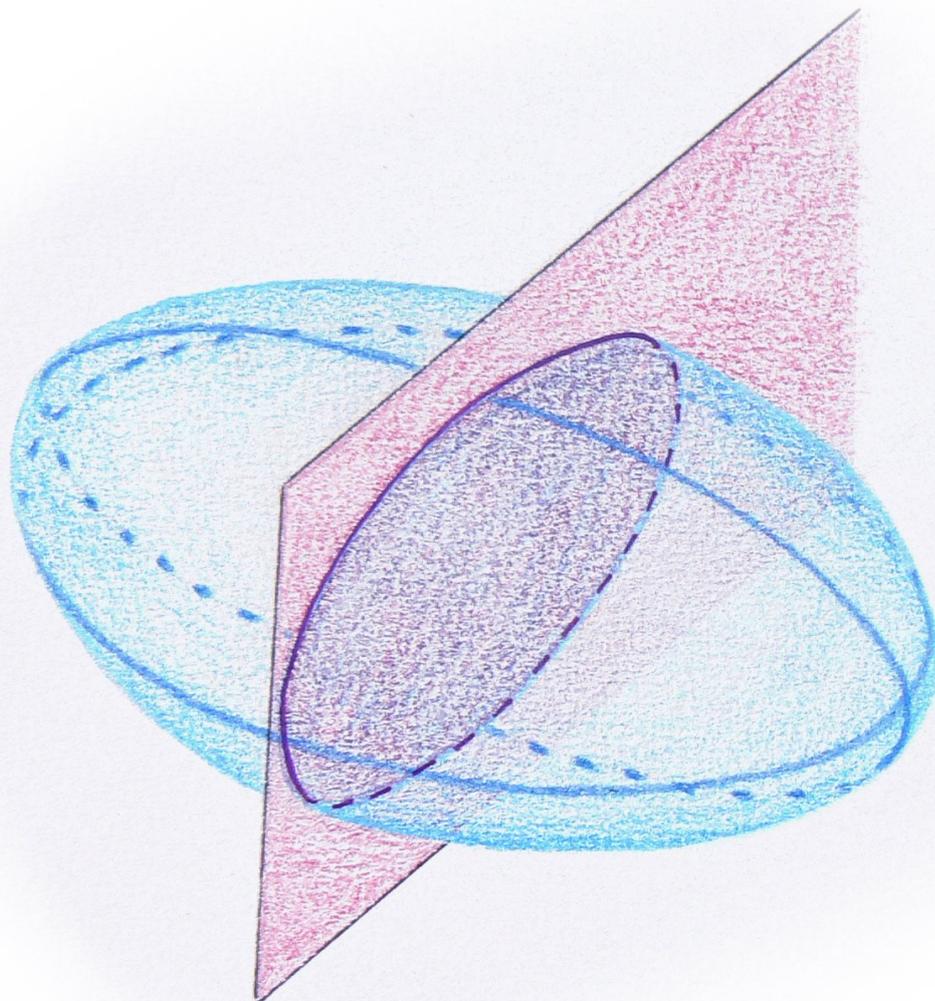
Si on coupe un ellipsoïde par un plan, on trouve une ellipse.



vous êtes sûr de  
ce que vous avancez ?

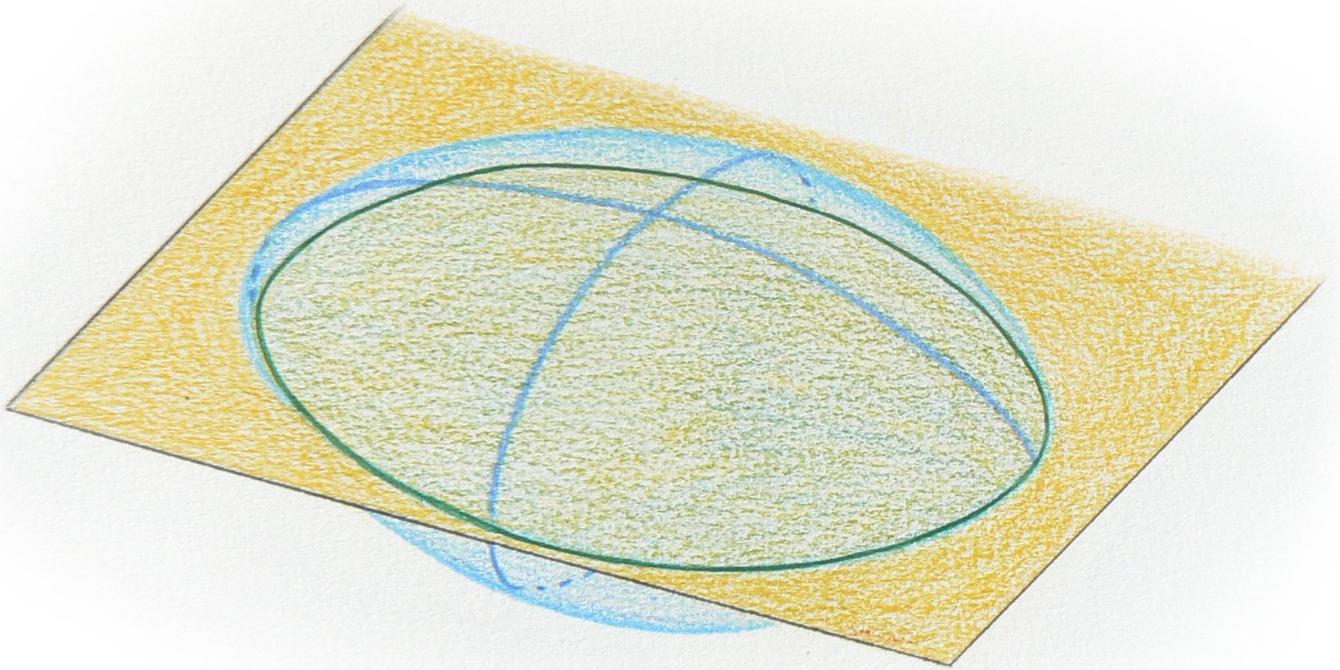


Coupons par un plan qui contient le petit axe et l'axe moyen.



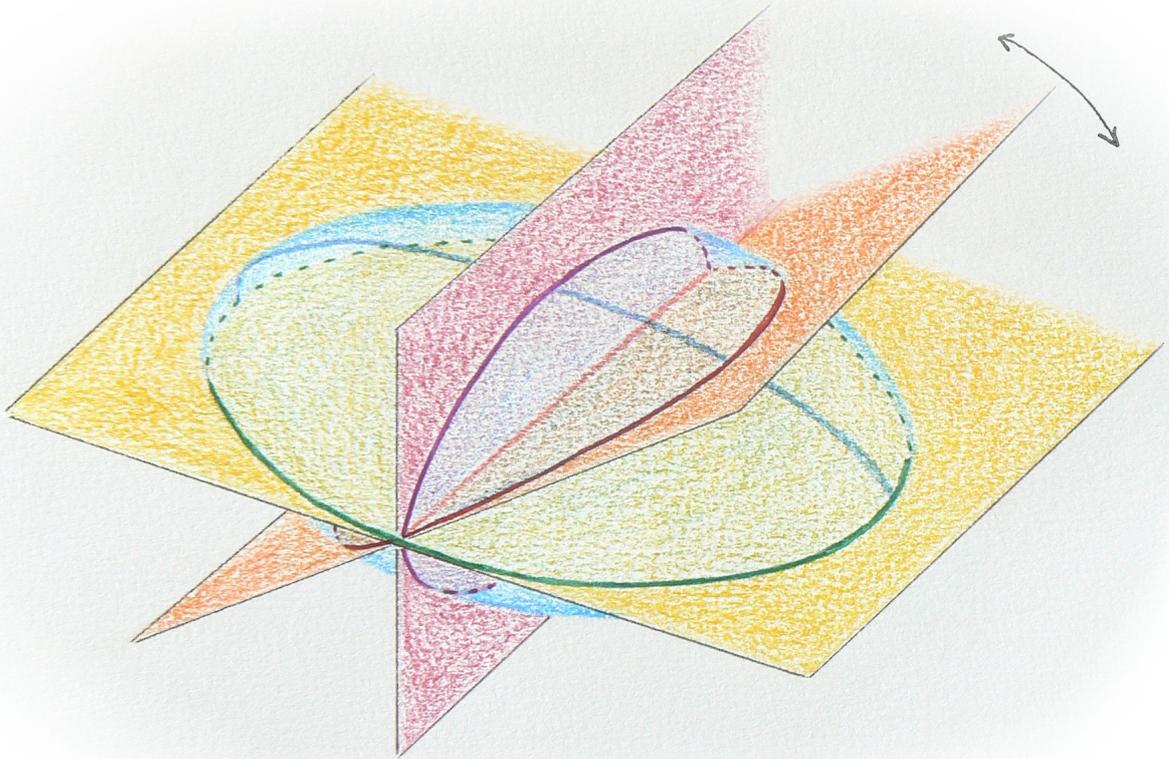
Dans l'ellipse obtenue, c'est  $b$  qui est le grand axe.

Coupons par un plan qui contient l'axe moyen et le grand axe.



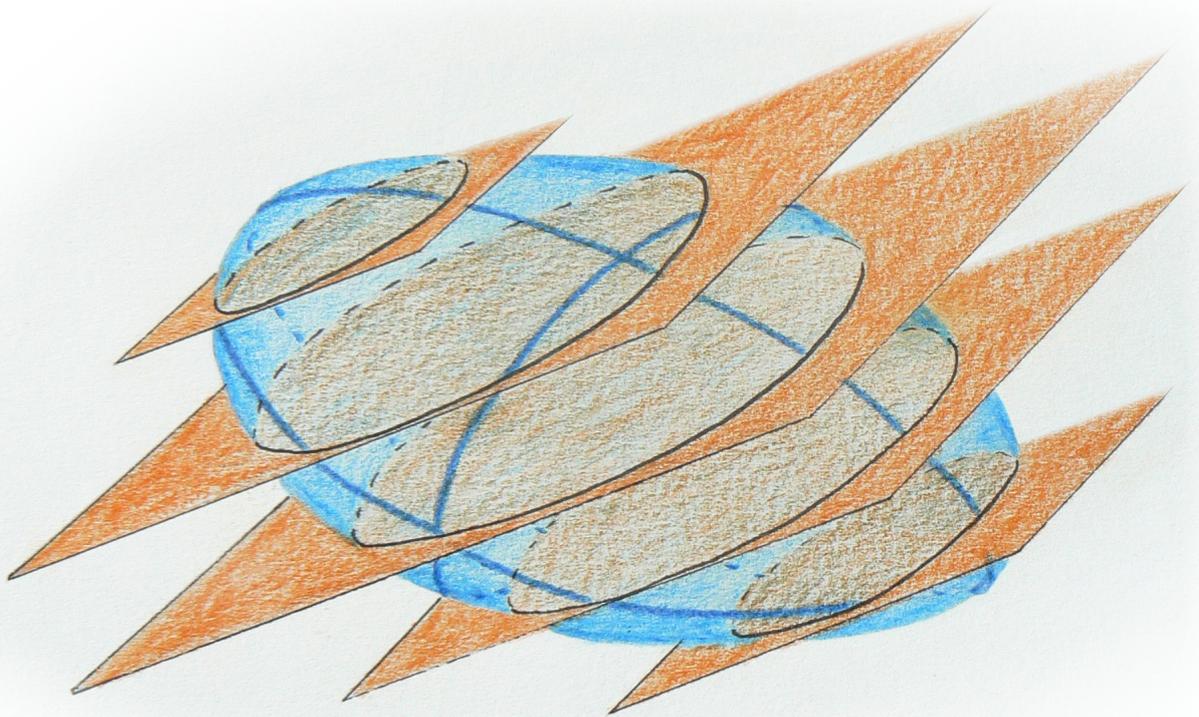
Dans l'ellipse obtenue, c'est  $b$  qui est le petit axe.

Alors faisons pivoter un plan de coupe, entre ces deux situations.



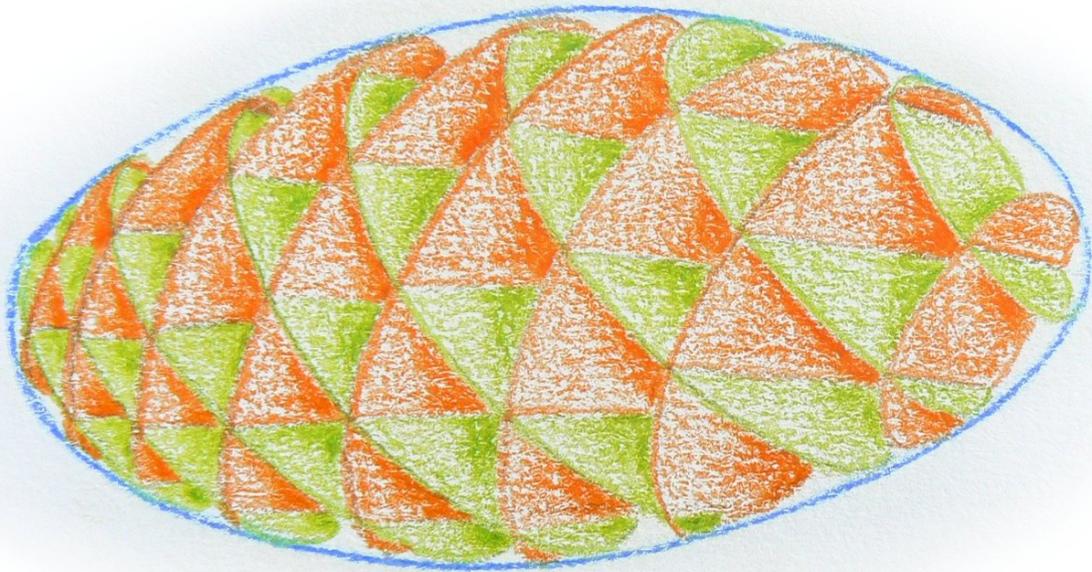
À un certain moment,  $b$  ne sait plus s'il est le grand ou le petit axe de la découpe : c'est que le plan coupe l'ellipsoïde sur un cercle !

Et si on coupe par les autres plans parallèles à celui-là, mais qui ne passent plus par le centre, on trouve d'autres cercles !



*C'est ce découpage en cercles  
qu'on observe sur l'ellipsoïde en bois.*

Et par symétrie, on trouve deux familles de cercles sur l'ellipsoïde.



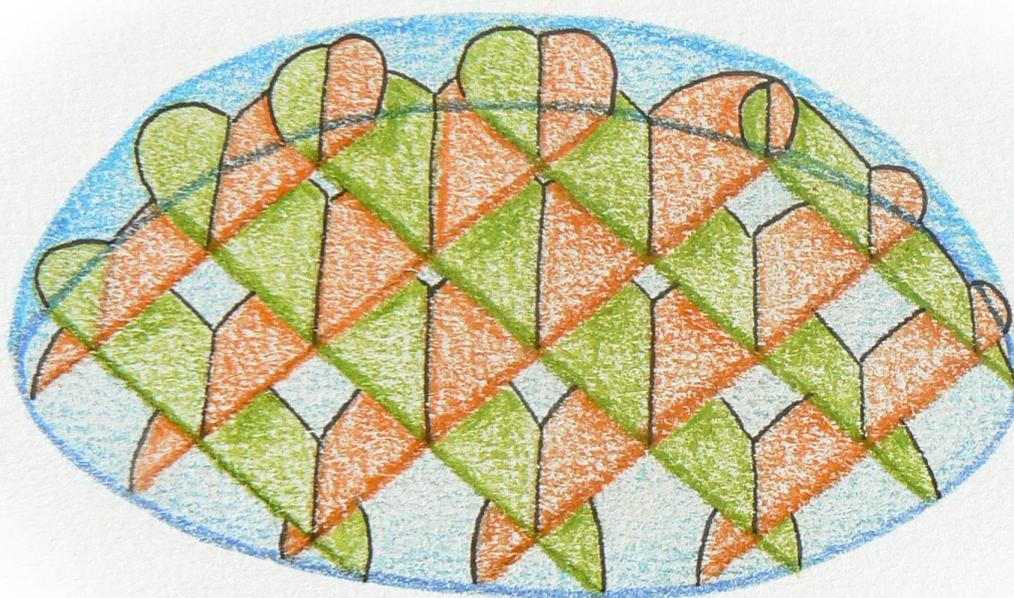
*Ceux qu'on observe  
sur l'ellipsoïde en métal.*

Cette structure faite de cercles est flexible. Elle se déforme en une sphère, de rayon  $b$ .



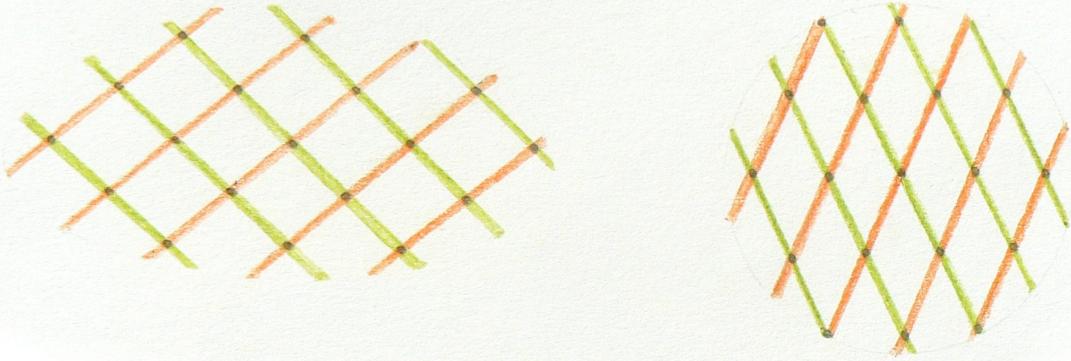
*c'est à ce stade-là  
en général que je prends  
mal à la tête*

Pour voir cela, on coupe l'ellipsoïde par un plan qui contient le petit axe et le grand axe, donc qui est perpendiculaire à nos deux familles de cercles. On obtient évidemment une ellipse.



Chacun des cercles des deux familles coupe cette ellipse selon un diamètre, et l'ensemble de ces intersections dessine sur l'ellipse une sorte de grillage.

Cette ellipse grillagée peut se contracter en un cercle de diamètre  $b$ .



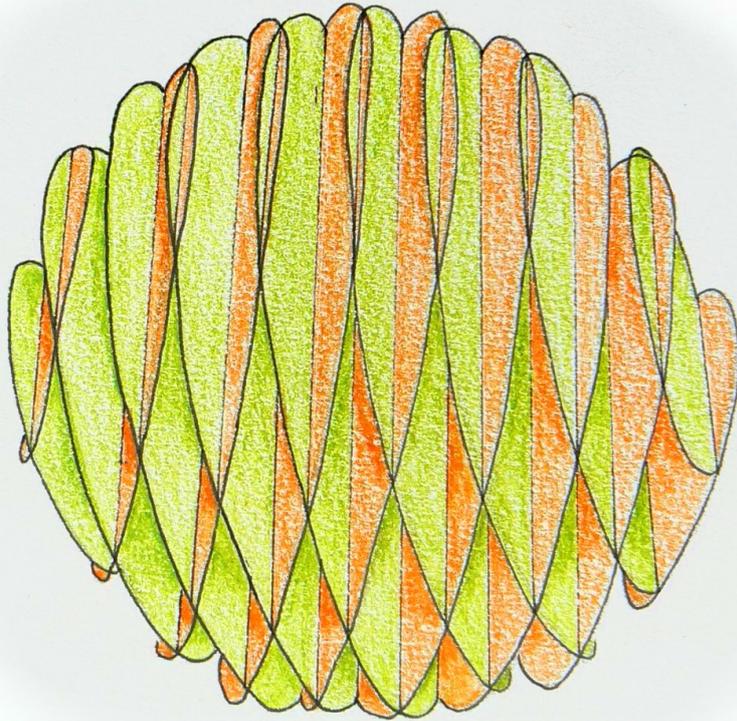
Gotlib© DARGAUD, 2014



Ouais! ma grand-mère avait  
un dessous de plat comme ça!

Pendant cette transformation, le cercle correspondant à chaque tige du grillage se déplace sans se déformer, et l'ellipsoïde se déforme, tout en restant un ellipsoïde.

Quand le grillage est devenu un cercle, l'ellipsoïde est devenu une sphère de diamètre  $b$ !



Pour ceux qui aiment les formules, on a multiplié  $x$  par  $b/a$ ,  $z$  par  $b/c$ , et on n'a pas touché à  $y$ .

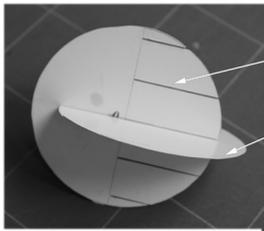


# Confectionnez votre propre ellipsoïde !

Instructions de montage et patrons

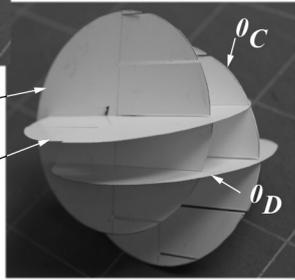


# Montage

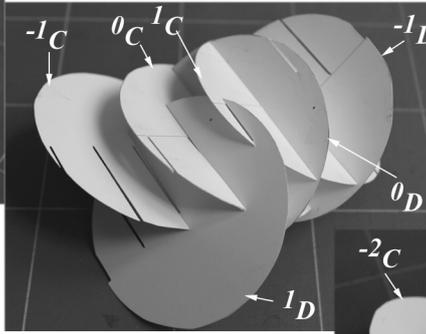


1 : insérer  
le disque  $0_C$   
dans  
le disque  $0_D$

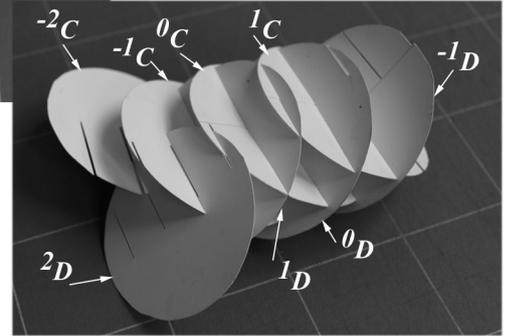
2 : insérer  $1_C$   
dans  $0_D$   
puis  $-1_D$   
dans  $0_C$  et  $1_C$



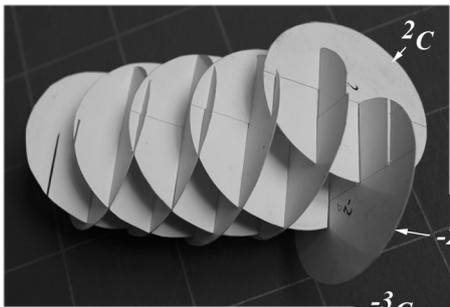
3 :  $-1_C$  dans  $0_D$  puis  
 $1_D$  dans  $0_C$ ,  $1_C$ ,  $-1_C$



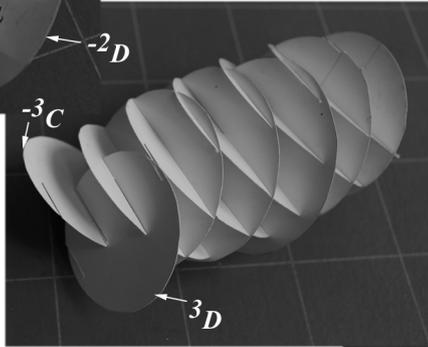
4 :  $2_D$  dans  $0_C$  et  $-1_C$   
puis  
 $-2_C$  dans  $0_D$ ,  $1_D$ ,  $2_D$



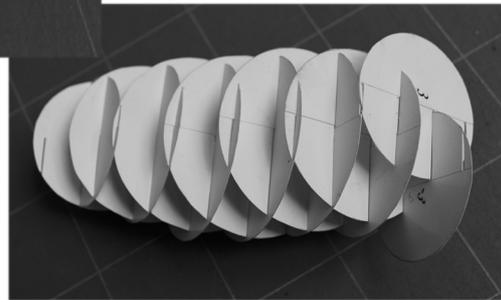
pour le repérage des entailles qui s'encastrent  
mesurer les longueurs : elles doivent être égales.



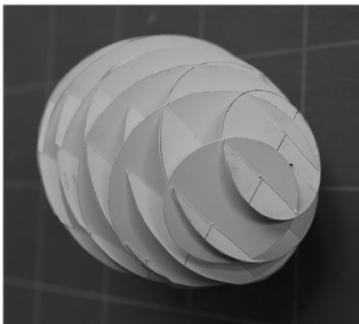
5 :  $2_C$  dans  $0_D$  et  $-1_D$   
puis  
 $-2_D$  dans  $0_C$ ,  $1_C$ ,  $2_C$



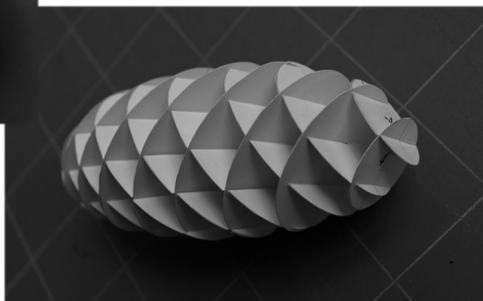
6 :  $3_D$  dans  $-2_C$  et  $-1_C$   
puis  
 $-3_C$  dans  $1_D$ ,  $2_D$ ,  $3_D$



7 :  $3_C$  dans  $-2_D$  et  $-1_D$   
puis  
 $-3_D$  dans  $1_C$ ,  $2_C$ ,  $3_C$

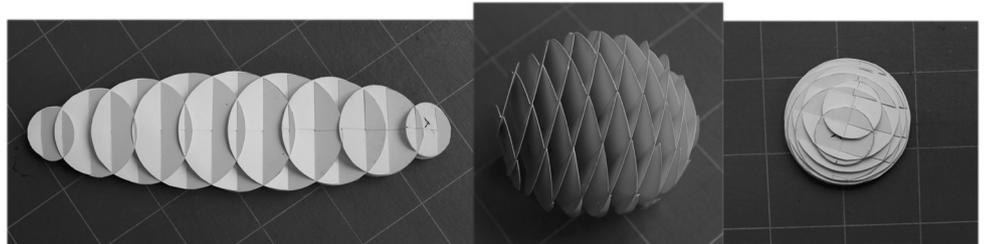


8 :  $4_D$  dans  $-3_C$   
puis  
 $-4_C$  dans  $3_D$ ,  $4_D$



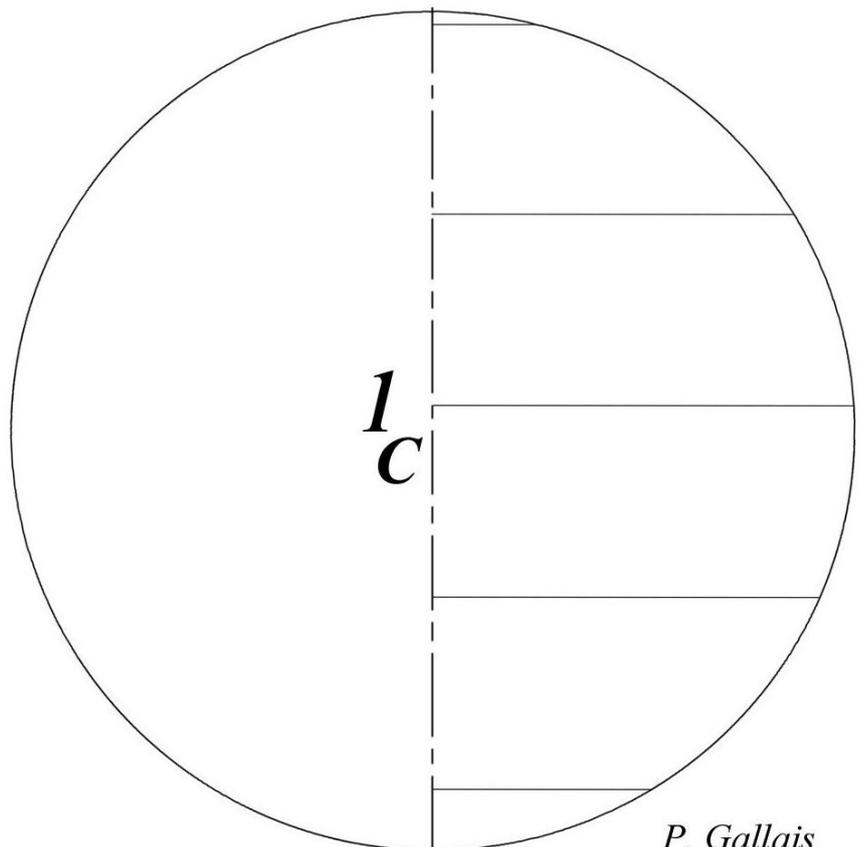
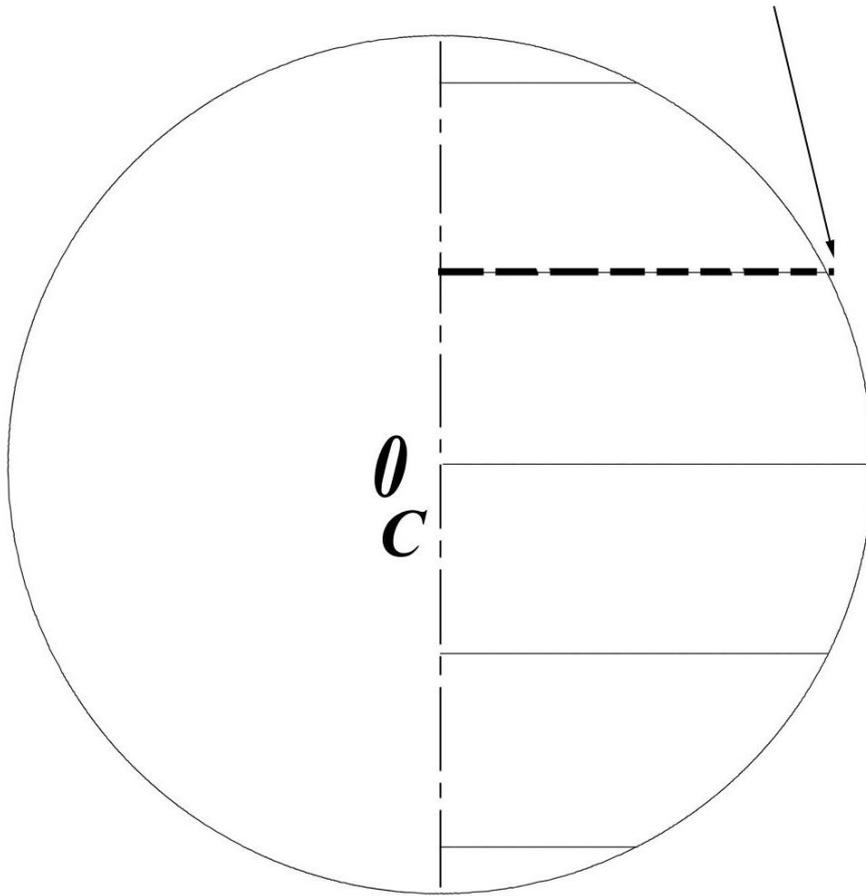
9 :  $4_C$  dans  $-3_D$   
puis  
 $-4_D$  dans  $3_C$ ,  $4_C$

Maintenant, si vous ne vous êtes pas  
trompés, vous pourrez jouer de  
l'accordéon ellipsoïdal.



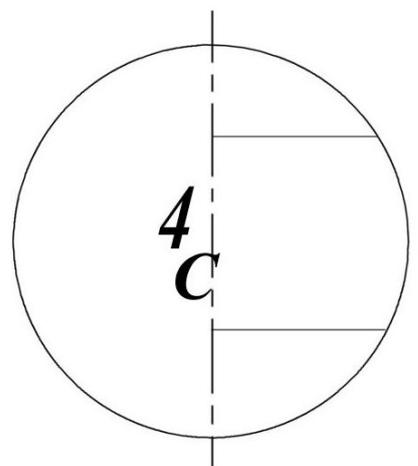
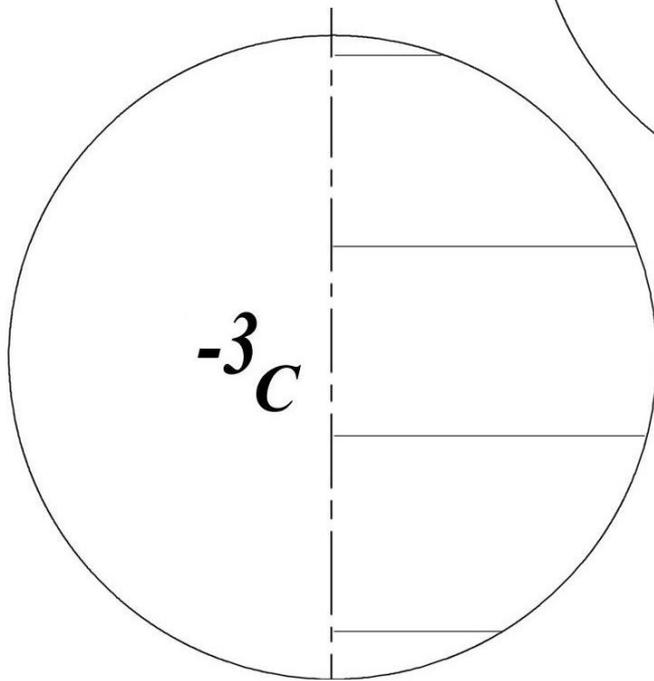
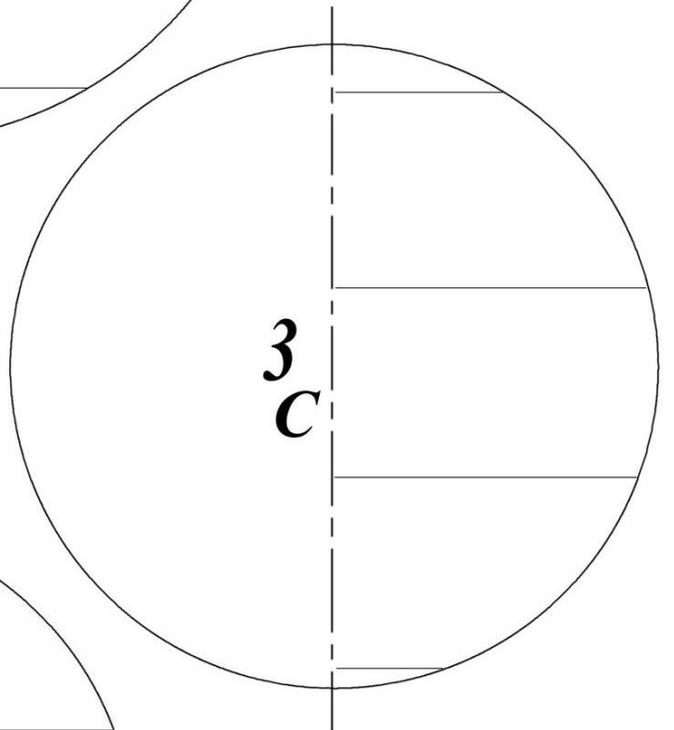
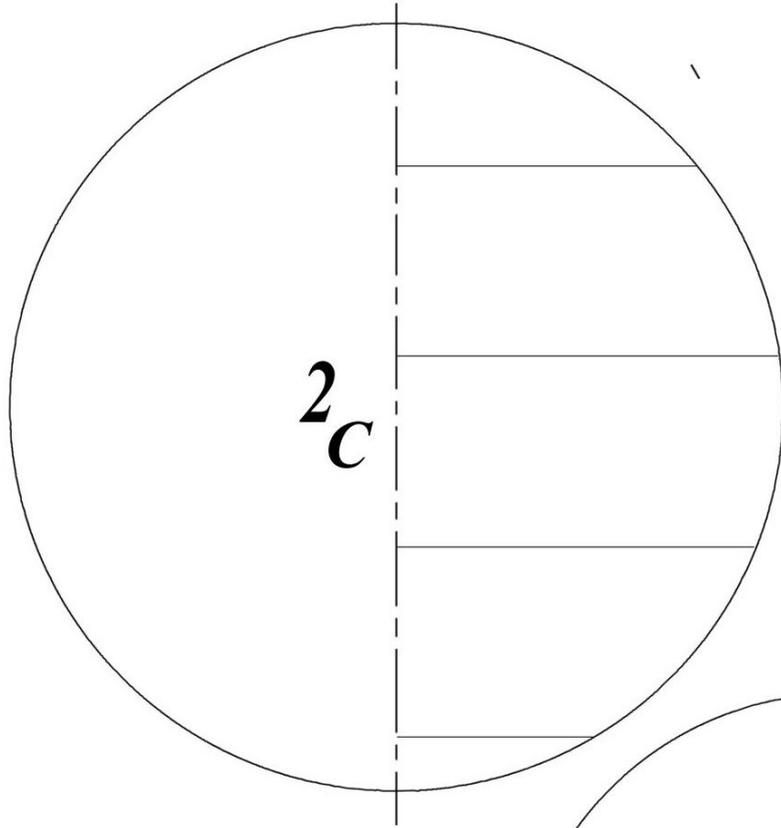
# Cercles C

découper une encoche d'un demi-millimètre  
de largeur le long des traits horizontaux

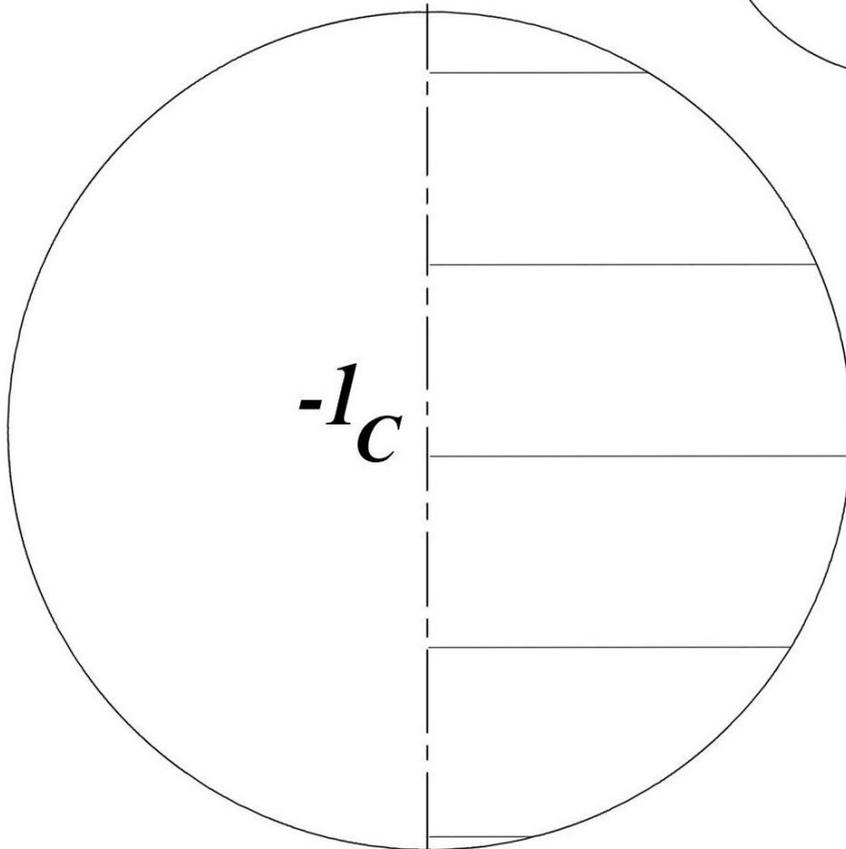
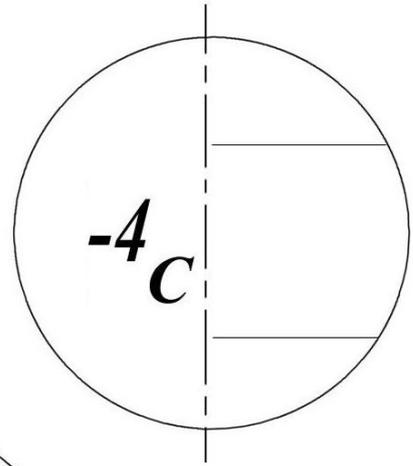
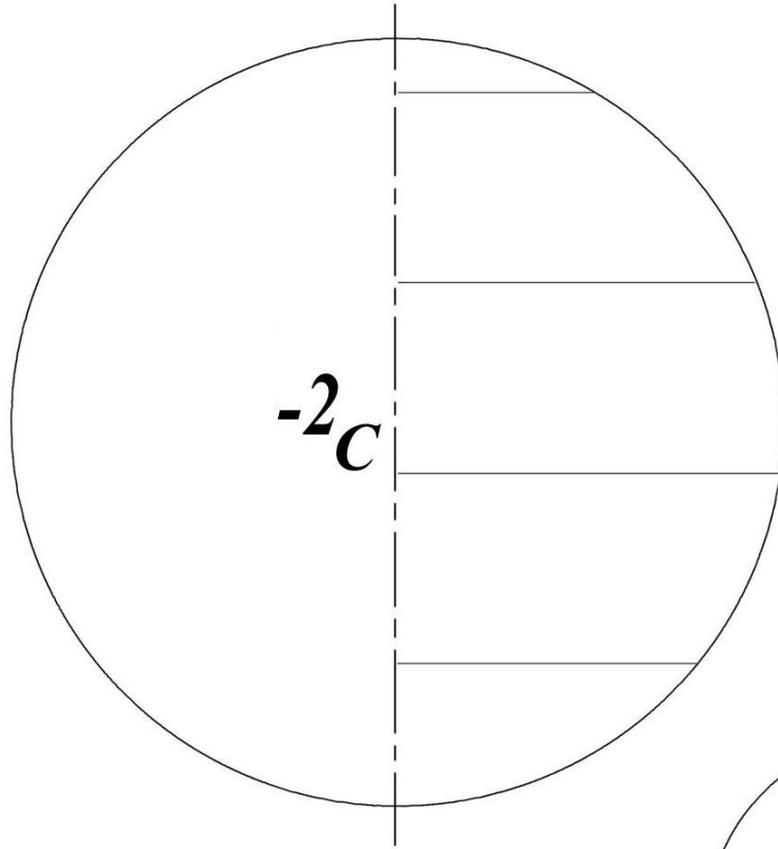


page à détacher

*page à détacher*

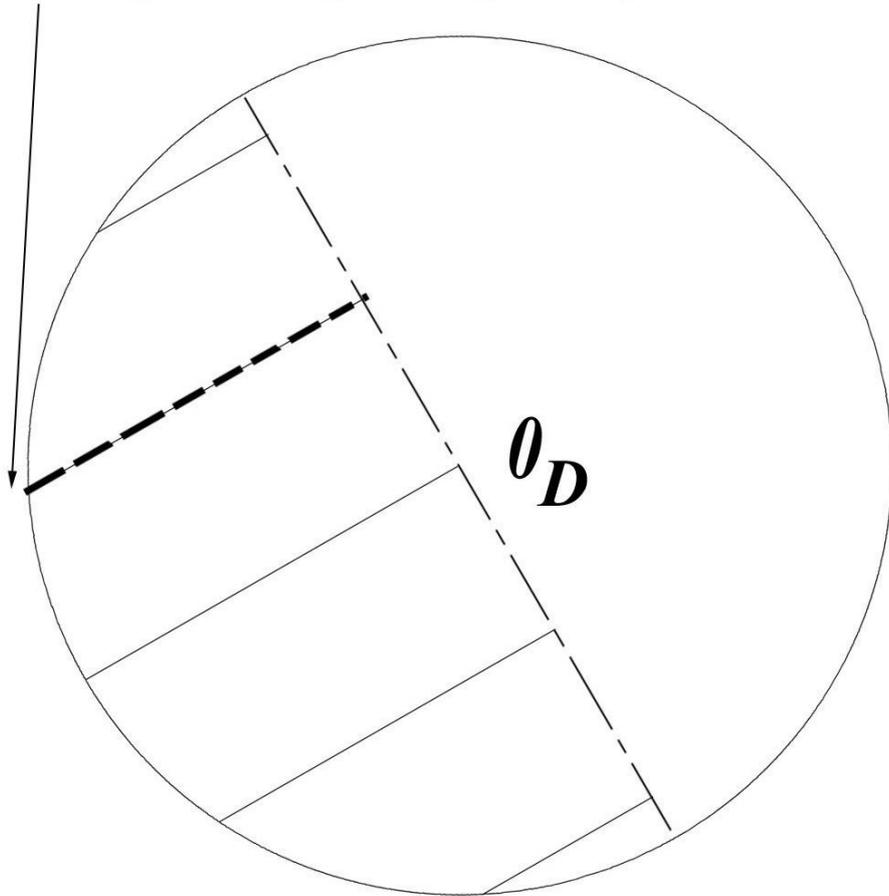


*page à détacher*

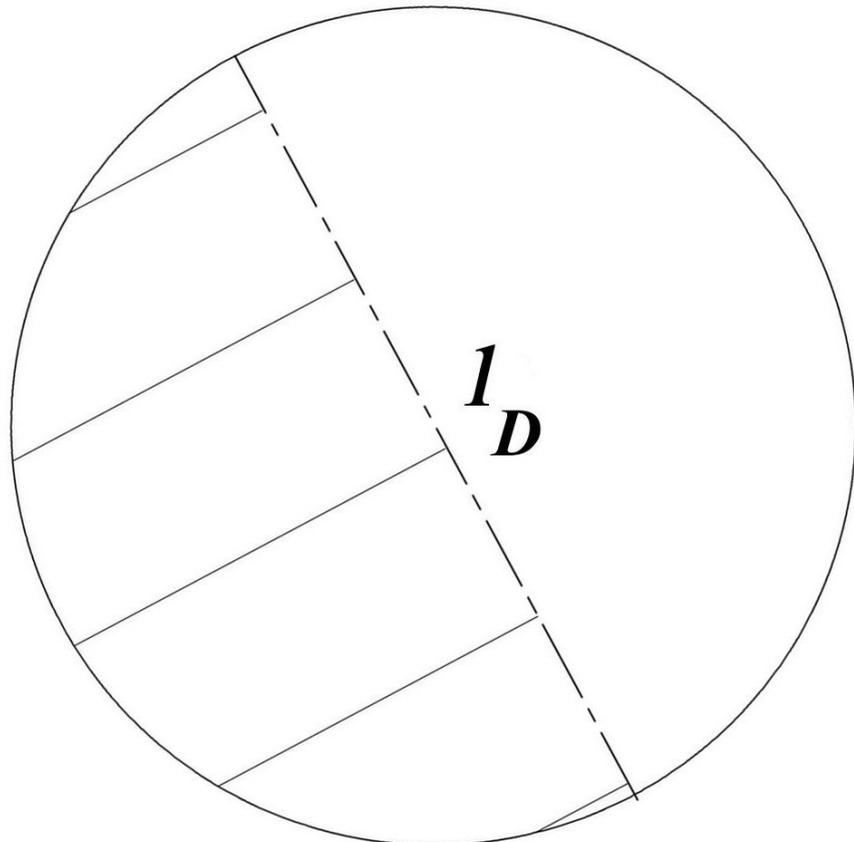


# Cercles D

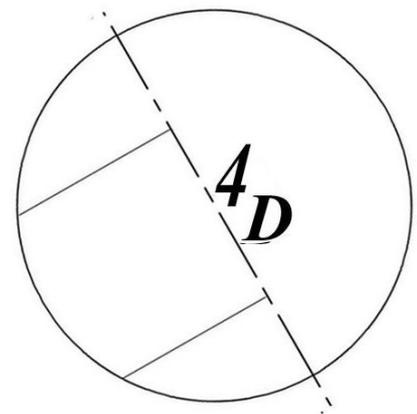
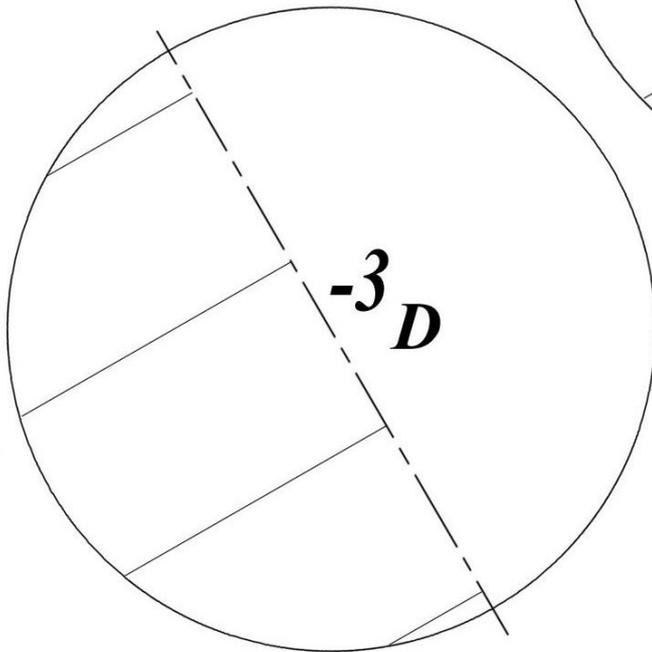
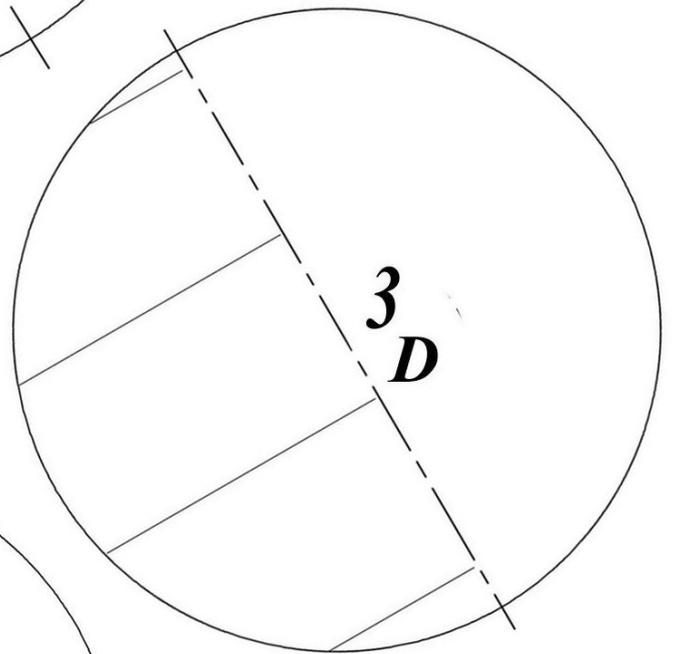
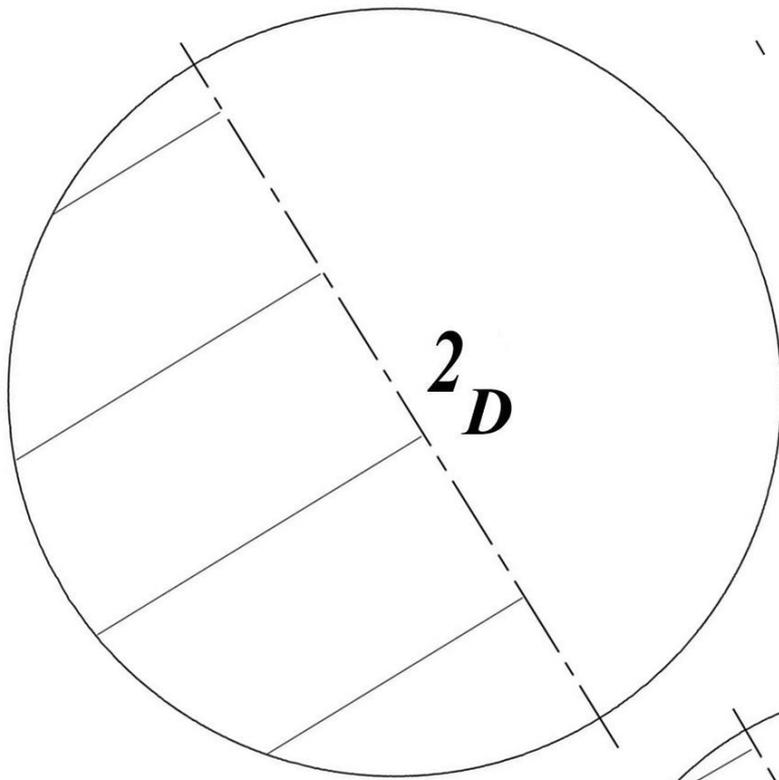
découper une encoche d'un demi-millimètre de largeur le long de la ligne oblique



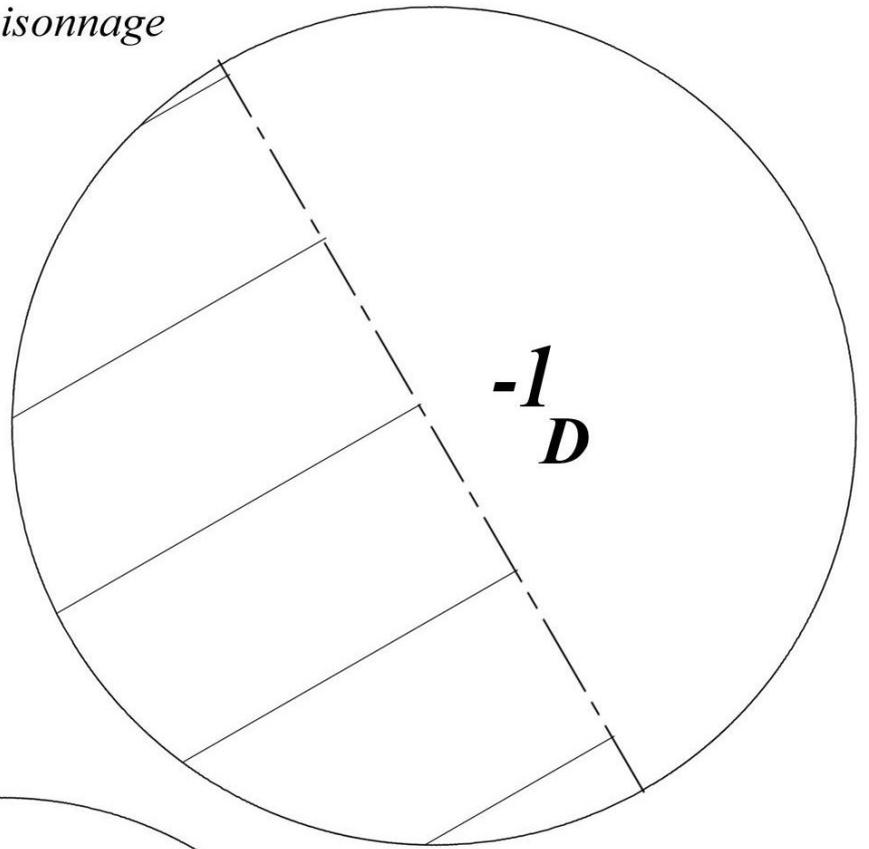
page à détacher



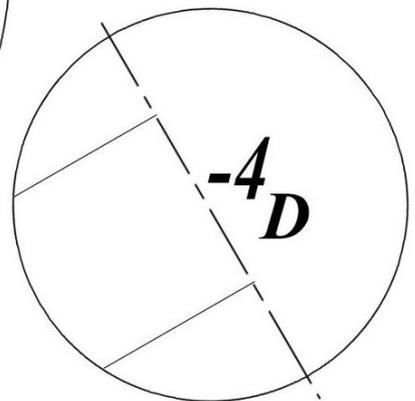
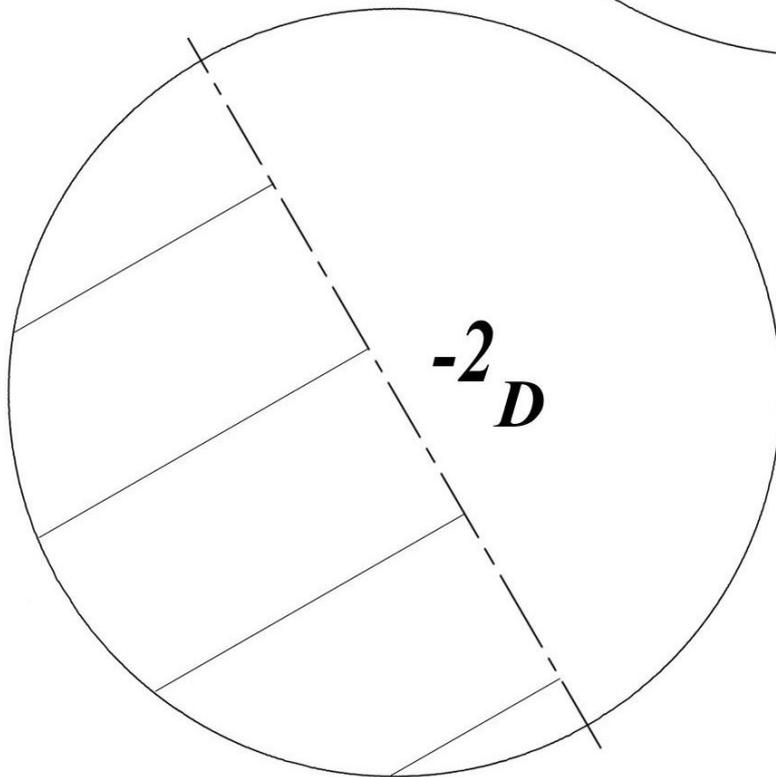
*page à détacher*



*insérer ensuite  
les disques  $C$  dans les disques  $D$   
de façon à former un cloisonnage*



*page à détacher*



# L'exposition *Surface* à la MMI

Les ellipsoïdes de Pierre Gallais constituent une partie de l'exposition *Surface* de la Maison des Mathématiques et de l'Informatique.



Cette exposition est ouverte tous les mardis de 10h à 18h. Elle est accessible aux groupes sur rendez-vous les autres jours ouvrés de la semaine.

**Contact** : Gilles Aldon  
gilles.aldon@ens-lyon1.fr  
04.26.73.12.49

**MMI** : 1 place de l'École  
69007 Lyon