Atelier

« À table ! »

Cet atelier permet aux élèves de découvrir la notion de **coloration de graphes** et son intérêt pour la **modélisation**.

On commence par une activité **grandeur nature**. Chaque élève reçoit un prénom et une liste de personnes avec qui il ou elle ne veut absolument pas être assis·e à table. Objectif : faire le plan de table de sorte à ce que personne ne soit assis·e avec quelqu'un·e qu'il ou elle n'aime pas.

Ensuite, les élèves travaillent sur la représentation de ce problème pour arriver à la **modélisation** de celui-ci en termes de coloration de graphes. Mais comment colorer un graphe de sorte que deux sommets reliés par une arête ne soient pas de la même couleur ? Est-ce possible ? Avec combien de couleurs ? Existe-t-il des **algorithmes** qui permettent de le faire efficacement ?

Thématique : modélisation, théorie des graphes, optimisation, algorithme, condition nécessaire et suffisante, représentation des données

Nombre de participant·es : en demi-classe (jusqu'à 18 élèves)

Niveau scolaire : 3e - lycée

Durée : 1 h 15

Sommaire

Matériel	2
Déroulé de l'atelier	3
1. Grandeur nature : placement autour d'une table (20 min)	3
a. Avec quatre tables	3
b. Avec trois tables	3
c. Avec une contrainte en plus	4
2. Modélisation par un graphe (15 min)	4
3. Coloration du graphe (10 min)	6
a. Modélisation de la coloration	6
b. Avec 3 couleurs	6
c. Avec une contrainte supplémentaire	7
4. Minimiser le nombre de couleurs (20 min)	7
a. Passage au problème d'optimisation	7
b. Un algorithme pour colorer	9
Pour les 3ème et 2de	9
Pour les 1ère et Tle	10
5. Conclusion (10 min)	11

Atelier créé par Eric Duchêne, Aline Parreau et Nina Gasking.

Matériel

Cet atelier existe en 5 versions (en fonction du nombre d'élèves) : 10 personnes, 12 personnes, 14 personnes, 16 personnes, 18 personnes. En faisant jouer le·la professeur·e et le·la médiateur·rice, l'atelier peut être proposé à n'importe quel groupe entre 8 et 18 personnes. Cela implique du matériel différent pour chaque taille de groupe : il faut également adapter la quantité à imprimer en fonction du nombre de sous-groupes.

Pour toute l'activité :

- Diaporama¹. Attention : il y a 5 diaporamas différents.

Pour la partie « grandeur nature » :

- Fiches² personnages avec les incompatibilités. Attention : il y a 5 sets de fiches (un pour chaque taille de groupe) ;
- 4 disques de couleurs différentes³.

Pour la partie « sur table » :

- Feuilles avec des sommets pré-placés⁴ pour tracer les graphes et des stylos ;
- Liste des personnages et compatibilités⁵ à donner pour chaque sous-groupe. Attention : il y a 5 sets ;
- Feuilles avec le graphe⁶. Attention : il y a 5 graphes (un pour chaque taille de groupe), il faut autant d'exemplaires que de sous-groupes ;
- Jetons de 6 couleurs différentes⁷. Quantité : maximum 20 jetons de chaque couleur par groupe ;
- Feuilles avec les quatre graphes⁸, à imprimer sur du papier A3 et à plastifier. Il faut autant d'exemplaires de chaque graphe que de sous-groupes ;
- Feuilles avec l'algorithme et les différents ordres⁹ (un exemplaire de chaque par groupe).

¹ Fichier .pdf : « Gn Diaporama A taaable ! » où n est le nombre de personnes.

² Fichier .pdf : « Documents à imprimer - À taaable ! ». Exemple : pour G10, pages 2 à 7.

³ Ici, nous recommandons d'utiliser simplement des feuilles de couleurs dans lesquelles on vient découper un disque que l'on plastifie ensuite.

⁴ Fichier .pdf : « Documents à imprimer - À taaable ! ». Exemple : pour G10, pages 10 et 11 à imprimer en recto-verso.

⁵ Fichier .pdf : « Documents à imprimer - À taaable ! ». Exemple : pour G10, pages 12 et 13 à imprimer en recto-verso.

⁶ Fichier .pdf : « Documents à imprimer - À taaable ! ». Exemple : pour G10, pages 8 et 9 à imprimer en recto-verso. Pour une version en A3, il s'agit des pages 1 à 10 de « Documents à imprimer A3 - À taaable ! ».

⁷ Nous avons utilisé des jetons vert, jaune, rouge, bleu, orange et violet (coincide avec les diaporamas). Voici un exemple de référence : <https://toutpourlejeu.com/fr/jeton-rond-et-cylindre/448-779-pion-rond-21-cm-en-bois-pour-jeu-21-x-7-mm-0659436657144.html#/10-couleur-rouge>

⁸ Fichier .pdf : « Documents à imprimer A3 - À taaable ! » pages 11 à 14.

⁹ Fichier .pdf : « Documents à imprimer - À taaable ! » pages 78 et 79.

Déroulé de l'atelier

Installation préalable : disposer quatre tables avec quatre à six chaises autour de chacune d'entre elles. Sur chaque table, placer un disque indiquant une couleur de table. Suivant le nombre de personnes, choisir un des graphes G10, G12, G14, G16 ou G18 et prendre le diaporama correspondant. On peut faire participer l'accompagnateur·rice pour que le nombre soit bon ou éventuellement faire jouer deux personnes sur la même fiche (à éviter).

1. Grandeur nature : placement autour d'une table (20 min)

Discours accompagnant la diapositive 1 :

Présenter la situation :

« Je reçois du monde chez moi. Je cherche à placer les personnes invitées sur 4 tables. Mais je ne veux pas que certaines personnes soient ensemble car elles ne s'aiment pas. Vous allez jouer le rôle de ces personnes pour que vous m'aidiez à trouver un plan de table. Toutes les personnes assises à une même table doivent bien s'entendre et il n'y a pas de limite de personnes par table. »

a. Avec quatre tables

Distribuer à chaque participant·e une carte personnage qui indique : un nom de personnage (rappelé au dos) et les personnages qu'il ou elle n'aime pas. Les fiches sont symétriques (par exemple, Ada ne veut pas être avec Betty et Betty ne veut pas être avec Ada).

Attention, il faut bien donner les cartes qui correspondent au graphe choisi et donc au nombre de participant·es.

Les participant·es cherchent ensuite à s'asseoir autour des tables de sorte à respecter les contraintes dictées par leur personnage. Au début, les participant·es s'organisent comme ils et elles le souhaitent. L'objectif est que tout le monde soit placé en respectant les contraintes.

Remarque : il existe plusieurs solutions où les élèves s'assoient en respectant les contraintes sur 4 tables.

Vérifier rapidement en passant à chaque table que tout le monde respecte ses contraintes. A priori, cette première situation ne devrait pas poser trop de problèmes.

b. Avec trois tables

Rendre indisponible une des tables (« On en a besoin pour dresser le buffet ! »). Les élèves gardent les mêmes fiches personnages et doivent donc se placer autour de trois tables seulement.

Cette fois-ci il y a **une seule solution** possible.

La solution est difficile à trouver pour les élèves. Pour les aider, on peut :

- Commencer par afficher la *diapositive 2* qui donne la liste des personnes et les contraintes ;
- Proposer de trouver un « triangle » : c'est-à-dire trois personnes qui sont incompatibles deux à deux. Ces trois personnes doivent être installées à des tables différentes, peu importe lesquelles. Les faire s'asseoir. Ensuite, soit laisser les élèves libres, soit demander si quelqu'un d'autre n'a plus le choix. Suivant le triangle choisi, cela fixe complètement la suite ou non. Pour fixer totalement, il faut prendre le triangle ABC ;
- Faire relever les personnes assises, et dire aux dix premières (jusqu'à la lettre J) de s'installer. Cela va fixer la coloration. Les autres pourront alors se mettre sans problème ;
- Si les 10 premières n'y arrivent pas, on peut encore réduire sur les 5 premières, ou bien proposer de se placer les un-es après les autres, en prenant l'ordre alphabétique (on commence alors à faire un algorithme de coloration par liste dont on reparlera plus tard). En les prenant dans cet ordre, on obtient la solution car chaque personne n'a pas le choix pour se placer une fois que les précédentes sont placées.

c. Avec une contrainte en plus

Diapositive 3 :

À faire uniquement si le cas avec trois tables est résolu trop vite et en particulier pour les élèves de 1ère ou Tle mathématiques expertes ou NSI.

Discours : « Grace et Joan ne s'entendent plus. Il ne faut surtout pas qu'elles soient à côté. »

Ajouter cette contrainte en donnant deux nouvelles fiches à Grace et Joan (celles avec le nombre au verso écrit en rouge). Laisser les élèves chercher un peu.

Discours : « Cette situation semble plus difficile que précédemment, on a besoin de prendre un peu de hauteur et de modéliser le problème ! »

Explications (qu'il ne faut pas donner aux élèves à ce stade) : La situation est en fait impossible avec 3 tables. En effet, le sommet G est connecté à 5 sommets qui forment un cycle impair. Il faut 3 couleurs pour ce cycle et une quatrième pour G.

2. Modélisation par un graphe (15 min)

Récupérer les fiches et laisser les participant·es s'asseoir sur les 4 tables sans contraintes.

Transition : Faire sentir le besoin de **modélisation** : « C'est assez compliqué de résoudre ce problème de cette manière là. Comment y voir plus clair ? On a besoin d'organiser les données. »

Remettre la *Diapositive 2*, si ce n'est pas déjà le cas.

Discours :

« Comment peut-on mieux représenter ces informations ? »

On peut laisser les élèves proposer des solutions. La première idée qui vient est souvent un tableau à double entrée.

Diapositive 4 et 5 :

Faire comprendre aux élèves qu'avec le tableau, il est encore difficile de trouver comment attribuer les tables.

Diapositive 6 :

Présentation des graphes :

« Une autre manière de représenter ces données, de manière plus visuelle, est la notion de graphes. Un graphe, c'est des ronds, appelés sommets, et des traits, appelés arêtes, qui relient les ronds. Ça permet de représenter des relations entre des choses. »

Pour les élèves en mathématiques expertes ou NSI, les graphes sont au programme, si les élèves connaissent déjà, on passe alors assez vite sur la définition. Un·e élève a probablement proposé l'idée.

Diapositives 7, 8 et 9 :

Modélisation de notre situation :

Pour la suite de l'atelier, faire des sous-groupes de 2 ou 3 élèves.

Expliquer (sous forme d'échange) comment les données de l'atelier peuvent être représentées avec un graphe : chaque personne est un sommet et on trace une arête entre deux personnes s'il y a une **incompatibilité**.

Remarque : les élèves pensent généralement que les arêtes vont représenter les personnes qui s'aiment bien. Pour justifier que les arêtes sont les incompatibilités, on peut expliquer que cela rend le graphe beaucoup plus petit mais aussi simplement dire que cela va nous faciliter la résolution du problème.

Montrer le début de construction du graphe avec les 3 sommets. On peut ajouter que l'on ne relie pas Ada à Dorothy puisqu'elles s'entendent bien.

Donner à chaque sous-groupe une feuille avec les sommets prédisposés. Les élèves tracent les incompatibilités en utilisant la fiche récapitulative.

Variante : Si les élèves sont peu nombreux et/ou si on a du temps, on peut leur faire dessiner tout le graphe. On peut alors comparer les différents graphes faits et bien expliquer qu'il s'agit toujours du même graphe, même si les dessins ne sont pas identiques. L'essentiel est de savoir quels sommets sont reliés.

Diapositive 10

Une fois que tous les groupes ont terminé, on donne le graphe fait (la version plastifiée) pour que tout le monde ait le bon graphe dessiné.

3. Coloration du graphe (10 min)

a. Modélisation de la coloration

Diapositive 11 :

L'objectif ici est de résoudre le problème de départ avec le modèle de graphe qu'ils ont devant eux.

Faire le lien avec le problème de départ :

Rappeler que l'on veut placer toutes ces personnes sur des tables et demander comment on peut s'y prendre. Les élèves auront peut être des idées. Il y a souvent un·e élève qui propose de « marquer » les sommets. On explique que l'on va faire cela avec des couleurs, comme les couleurs placées sur les tables au départ. Il y aura des personnes sur la table rouge, la table bleue, la table jaune et la table verte.

Remarque : ici on ne se préoccupe pas du nombre de places à table.

Diapositives 12 à 15 :

L'objectif ici est d'expliquer le fonctionnement de la coloration.

Imaginons par exemple que Betty soit sur la table bleue. On colorie donc le sommet B en bleu. Dorothy est sur la table rouge. Betty et Dorothy ne s'aiment pas mais cela ne pose pas problème puisqu'elles ne sont pas sur la même table. On ajoute Ada à la table bleue et on se rend compte que cela ne convient pas puisque Ada et Betty ne s'aiment pas (les sommets A et B sont reliés).

Bien prendre le temps de faire un bilan avant de distribuer le matériel :

- Chaque sommet aura une couleur ;
- Deux sommets reliés ne doivent pas être de la même couleur ;
- Le nombre de couleurs correspond au nombre de tables que l'on utilise.

Distribuer à chaque sous-groupe une boîte de jetons en demandant de faire une coloration avec 4 couleurs.

b. Avec 3 couleurs

Diapositives 16 et 17 :

Dès qu'un groupe a trouvé une solution (qu'il faut valider puisqu'il y a souvent des erreurs), on propose de chercher avec 3 couleurs.

Remarque : on sait déjà que cela est possible puisque cela a été fait en grandeur nature.

Laisser les élèves chercher et utiliser la *Diapositive 17* pour vérifier la solution.

Remarque : Éventuellement donner des indices pour le faire (commencer par mettre les couleurs sur les premières lettres de l'alphabet). Cela devrait être plus facile avec le graphe... le faire remarquer !

c. Avec une contrainte supplémentaire

Cette partie peut être enlevée s'il n'y a pas suffisamment de temps. Il faut la faire si cette partie a été faite en grandeur nature (1.c.). Elle peut également servir de bonus si certains groupes sont allés beaucoup plus vite que d'autres.

Diapositives 18 et 19 :

Ajouter l'arête G-J au graphe (avec un feutre velleda ou sur le graphe fait par les élèves). Est-ce qu'on peut colorer avec 3 couleurs ?
Laisser les élèves réfléchir.

Diapositives 20 et 21 :

Solution :

On ne peut pas faire cette coloration avec 3 couleurs. Plusieurs arguments équivalents sont possibles :

- Les voisins de G font un cycle à 5 sommets. Sur un cycle impair, il faut au moins 3 couleurs. Il faut donc une quatrième couleur pour G. À expliquer avec les *Diapositives 20 et 21* ;
- Si on cherche à colorer avec 3 couleurs seulement, on peut commencer par un triangle comme GJI qui a besoin de trois couleurs. Ensuite on peut « forcer » les couleurs sur des triangles à côté : GIH force la couleur de H puisque G et I sont déjà colorés, puis GHF force F, puis GFA force A et on a un conflit sur l'arête A-J ;
- Dans la 3-coloration précédente, suivant le déroulé, on peut avoir coloré en ne faisant que des coups « forcés », du coup il n'y a pas le choix pour G et J.

Enlever l'arête G-J pour la suite.

4. Minimiser le nombre de couleurs (20 min)

a. Passage au problème d'optimisation

Diapositives 22, 23 et 24 :

Transition : « On cherche en pratique souvent à **minimiser** le nombre de couleurs utilisées. Pour cet exemple, est-ce qu'on pourrait faire une coloration avec 2 couleurs ? Non, car il y a un triangle. Donc pour ce graphe, on peut colorer avec au minimum 3 couleurs. »

Utiliser le triangle mis en évidence de la *Diapositive 24*.

Diapositives 25 et 26 :

Pour s'approprier ce problème, les élèves doivent trouver le nombre minimum de couleurs pour différents graphes et doivent donner un argument pour justifier. La *Diapositive 26* permet de montrer les quatre graphes.

Bien prendre le temps de faire un bilan avant de distribuer le matériel :

- Il faut exposer une coloration minimale pour chaque graphe (et la conserver sur la table pour la mise en commun) ;
- Il faut un argument pour expliquer ce minimum (par exemple si on trouve une coloration avec 4 couleurs, il faut justifier qu'il est impossible de le faire avec 3).

Distribuer à chaque sous-groupe les quatre graphes plastifiés.

Une fois que tous les groupes ont trouvé une coloration et un argument, passer à une phase de mise en commun sous forme d'échange.

Diapositives 27 et 28 :

Pour le premier graphe (*confluence*), on y arrive avec deux couleurs. Il est impossible de le faire avec une seule couleur, le nombre de couleur minimal est 2.

Diapositives 29, 30 et 31 :

Pour le deuxième graphe (*lapin*) il y a un « K_4 » (4 sommets tous reliés, également appelé une 4-clique), donc il faut au moins 4 couleurs. Puisqu'on y arrive avec 4, le nombre de couleur minimal est 4.

Diapositives 32, 33 et 34 :

Pour le troisième graphe (*cygne*), il faut au moins 3 couleurs car il y a un *cycle impair*. Puisqu'on y arrive avec 3, le nombre de couleur minimal est 3.

Diapositives 35, 36, 37 et 38 :

Pour le dernier graphe (*poisson*) : il faut au moins 4 couleurs car il y a un sommet qui est relié à 5 sommets en cycle (on peut ici faire référence à l'argument donné quand on a ajouté l'arête G-J). Puisqu'on y arrive avec 4, le nombre de couleur minimal est 4.

En conclusion de cette partie :

- Nous avons réussi à trouver le nombre minimal de couleurs pour les quatre graphes. Pour faire la preuve, nous avons systématiquement trouvé un argument pour justifier qu'il est impossible de faire avec un nombre $n - 1$ de couleurs puis nous avons exposé une coloration avec n couleurs.
- Les arguments étaient de nature différente, certains plus simples que d'autres.
- Résoudre ce genre de problème n'est pas toujours facile.

b. Un algorithme pour colorer

Diapositives 39 et 40 :

Expliquer que dans beaucoup de situations, les graphes sont beaucoup plus grands et montrer l'exemple du gros graphe.

Discours :

« Si on a un très gros graphe, on ne va pas faire la coloration à la main comme on vient de faire dans l'atelier et cela sera évidemment plus difficile de trouver des arguments. Mais alors, comment faire pour colorer un graphe de manière générale ? On va chercher une méthode automatique : des **algorithmes** pour colorer. »

Diapositive 41 :

L'objectif ici est de comprendre qu'il est très utile d'avoir une procédure automatique pour colorer un graphe mais que cette procédure ne nous pas permet nécessairement pas de trouver une coloration avec le nombre de minimal de couleurs.

Suivant le niveau de la classe et le temps restant, on adapte la fin de l'atelier.

Pour les 3ème et 2de

On peut discuter avec les élèves de leurs stratégies pour faire la coloration et essayer d'exhiber des méthodes générales. Parmi ce qui revient souvent :

- ❖ Prendre le sommet avec le plus de contraintes et le colorier d'abord, puis soit :
 - colorer ses voisins de proche en proche (comment ?) ;
 - reprendre le prochain sommet avec le plus de contraintes.
- ❖ Colorer un triangle ou un sous-graphe complet¹⁰ puis étendre à partir de cette coloration.

¹⁰ Voir https://fr.wikipedia.org/wiki/Graphe_complet

On peut alors expliquer que globalement les meilleurs algorithmes de coloration fonctionnent comme ceci :

- ❖ Prendre les sommets dans un certain ordre ;
- ❖ Colorer avec une couleur disponible.

Expliquer que ces algorithmes ne sont pas optimaux : on ne trouve pas de coloration minimale à tous les coups mais bien souvent ce n'est pas loin de l'optimal. En fait, tout dépend de l'ordre choisi : il existe un bon ordre mais il est dur à trouver.

On peut rebrancher¹¹ pour montrer une exécution sur un gros graphe et faire la conclusion (en allant directement à la partie 5.).

Pour les 1ère et Tle

Commencer par une discussion avec les élèves en demandant s'ils ou elles ont une idée.

On veut arriver à l'idée de colorer les sommets les uns après les autres et de ne plus toucher à la couleur d'un sommet une fois celui-ci coloré. Pour que tout soit bien déterminé, il faut fixer un ordre sur les couleurs et choisir un ordre sur les sommets.

Diapositives 42, 43, 44, 45 et 46 :

L'algorithme est le suivant :

1. Prendre le prochain sommet non coloré dans l'ordre
2. Choisir la plus petite couleur non utilisée dans ses voisins
3. Recommencer jusqu'à ce que tous les sommets soient colorés.

Expliquer que l'on va tester l'algorithme sur le graphe « *confluence* » (2-colorable) et leur distribuer la description de l'algorithme.

Ouvrir <https://gbagan.github.io/coloring/> (en lien sur le bouton play en bas de la Diapositive 45) sur ce graphe avec l'ordre alphabétique.

Faire l'algorithme avec l'ordre alphabétique sur l'application. Les élèves peuvent essayer en même temps. On obtient 5 couleurs. Cet ordre n'est évidemment pas bon, il faut trouver un meilleur ordre. Discuter autour du choix d'un bon ordre.

Les élèves doivent ensuite faire tourner l'algorithme à la main sur deux autres ordres. Distribuer à la moitié des sous-groupes l'ordre 2 et à l'autre moitié l'ordre 3 :

- **Ordre 2 : LKBJIGDAHCFE**

Cet ordre donne 4 couleurs.

Explications de l'ordre : degré décroissant où on a volontairement « mal » choisi l'ordre des sommets.

- **Ordre 3 : LKHEBGICJFDA**

Cet ordre donne 3 couleurs.

¹¹ En ouvrant <https://gbagan.github.io/coloring/>

Explications de l'ordre : degré décroissant parmi les gens sans voisins de couleur 1, puis pareil pour les autres couleurs (l'idée est de colorer le plus possible avec la couleur 1, puis la suivante, etc.).

Aider les élèves à comprendre et exécuter l'algorithme puis corriger à l'aide de l'application.

Présenter ensuite l'ordre 4 qui donne une coloration optimale :

- **Ordre 4 (DSATUR¹²) : LJGKIBADHFCE**

Cet ordre donne 2 couleurs.

Explications de l'ordre : prendre les sommets avec le plus de couleurs différentes dans leur voisinage, parmi eux, on prend celui de plus gros degré.

Remarque : pour un graphe biparti (c'est-à-dire 2-colorable), cet algorithme est toujours optimal et en général il marche dans 90 % des cas.

Discussion :

- Si on prend n'importe quel ordre, l'algorithme n'a aucune chance d'être optimal. Mais il existe un ordre pour lequel il l'est. En effet, on peut trouver un bon ordre en partant de la coloration finale. Tout dépend donc de l'ordre choisi.
- Avec cet algorithme, on peut toujours colorer avec $\Delta+1$ couleurs où Δ est le degré du plus gros sommet. En effet, il y a au maximum Δ couleurs interdites donc toujours une disponible.
- Il n'est pas possible de trouver efficacement un ordre qui donne la solution optimale.

En option : choisir le graphe à 100 sommets et tester les différents ordres.

5. Conclusion (10 min)

Discours :

- On a utilisé un modèle pour représenter des données plus facilement : un **graphe**.
- Colorer un graphe est un problème qui n'est pas simple pour un ordinateur, il n'existe pas d'algorithme efficace.
- Les graphes et la coloration peuvent servir à modéliser plein de situations.
- Il existe de nombreux autres problèmes sur les graphes. C'est un sujet de recherche actuel.

Diapositives 47, 48, 49, 50 et 51

Ouverture :

- La coloration de carte est un problème historique qui a donné lieu au problème de coloration de graphe : comment colorer une carte sans avoir deux pays voisins de la même couleur ? Chaque sommet représente un pays, on relie deux sommets quand les pays sont voisins. On notera que le graphe a une particularité : les arêtes ne se croisent pas. Quand c'est le cas, un théorème dit qu'on peut toujours colorer avec 4 couleurs¹³.

¹² Voir : <https://fr.wikipedia.org/wiki/DSATUR>

¹³ Voir : https://fr.wikipedia.org/wiki/Th%C3%A9or%C3%A8me_des_quatre_couleurs

- Problème d'emploi du temps : on se donne des créneaux de cours, il faut placer les cours dans les salles sans que deux cours n'aient lieu en même temps. On peut faire un graphe où chaque cours est un sommet et où deux cours sont reliés entre eux s'ils ne peuvent pas être en même temps. On colorie, et une couleur donne une salle.

Diapositive 52

Cette diapositive sert à expliquer d'où viennent les noms sur les cartes : ce sont des mathématiciennes ou informaticiennes.

- **Ada Lovelace (1815-1852) Royaume-Uni**

Elle est principalement connue pour avoir conçu et décrit le **premier programme informatique** publié, lors de son travail sur un ancêtre de l'ordinateur : la machine analytique de Charles Babbage. Le formalisme inédit de son algorithme, ainsi que la présence de la première boucle conditionnelle connue, font qu'Ada Lovelace est largement considérée comme la première développeuse informatique de l'histoire.

- **Betty Holberton (1917-2001) Etats-Unis**

Elle est l'une des six programmeuses de l'**ENIAC**, le premier ordinateur entièrement électronique construit pour être Turing-complet (inauguré le 15 février 1946 à l'université de Pennsylvanie). Elle est la seule des six à recevoir le prix Ada-Lovelace, la plus haute distinction décernée par l'Association for Women in Computing.

- **Claire Voisin (1962-) France**

Cette mathématicienne française est directrice de recherche au CNRS à l'Institut de mathématiques de Jussieu, elle est membre de l'Académie des sciences et titulaire de la chaire « **géométrie algébrique** » au Collège de France. Elle a reçu plusieurs distinctions, dont le **prix Crafoord** en 2024.

- **Dorothy Vaughan (1910-2008) Etats-Unis**

Cette mathématicienne et informaticienne américaine a travaillé pour le National Advisory Committee for Aeronautics (NACA), puis à la National Aeronautics and Space Administration (**NASA**), contribuant ainsi aux premières décennies du programme spatial américain. Elle fut la première directrice de division afro-américaine du NACA puis de la NASA.

Dorothy Vaughan, ainsi que Katherine Johnson et Mary Jackson font l'objet du livre intitulé **Les Figures de l'ombre** de Margot Lee Shetterly, adapté au cinéma en 2017.

- **Emmy Noether (1882-1935) Allemagne**

Cette mathématicienne allemande est spécialiste d'**algèbre abstraite et de physique théorique**. Elle a révolutionné les théories des anneaux, des corps et des algèbres. En physique, le théorème de Noether explique le lien fondamental entre la symétrie et les lois de conservation et est considéré comme aussi important que la théorie de la relativité.

- **Florence Nightingale (1820-1910) Angleterre**

Cette infirmière britannique est pionnière des soins infirmiers modernes et de l'utilisation des **statistiques** dans le domaine médical. Grâce à son utilisation innovante de diagrammes, elle a mis en évidence l'impact des conditions sanitaires sur la mortalité des soldats pendant

la guerre de Crimée (1853-1856). Ses travaux ont contribué à l'amélioration des **politiques de santé publique**.

- **Grace Hopper (1906-1992) États-Unis**

Cette informaticienne et *Rear admiral* de la marine américaine est la conceptrice du **premier compilateur** en 1951 (A-0 System) pour l'UNIVAC I et du **langage Cobol** en 1959.

La popularisation du terme *bug* est attribuée à Grace Hopper.

- **Hypatie d'Alexandrie (Entre 355 et 370-415) Egypte**

Cette philosophe néoplatonicienne, astronome et mathématicienne grecque d'Alexandrie est à la tête de l'école néoplatonicienne d'Alexandrie, au sein de laquelle elle enseigne la philosophie et l'astronomie. C'est la **première mathématicienne** dont la vie est bien documentée.

- **Ida Rhodes (1900-1986) Ukraine et États-Unis**

Cette mathématicienne et informaticienne américaine est pionnière du **développement de l'informatique** aux États-Unis. Elle est pionnière de l'analyse de systèmes de programmation, et a conçu, avec Betty Holberton, le langage de programmation C-10 au début des années 1950 pour l'UNIVAC I. Elle a aussi conçu l'ordinateur original utilisé par l'Administration de la sécurité sociale américaine.

- **Joan Clarke (1917-1996) Angleterre**

Cette **cryptologue** britannique est principalement connue pour sa participation au décryptage de la machine **Enigma** qui codait les communications chiffrées du Troisième Reich. Keira Knightley incarne son personnage dans le film *Imitation Game* en 2014.

Elle est connue pour son intérêt pour la numismatique (étude des monnaies et médailles).

- **Karen Uhlenbeck (1942-) États-Unis**

Cette mathématicienne américaine est spécialiste des équations aux dérivées partielles. En 2019, elle devient la **première femme lauréate du prix Abel** pour « ses avancées dans le domaine des équations aux dérivées partielles géométriques, la théorie de jauge et les systèmes intégrables, ainsi que pour l'impact fondamental de ses travaux sur l'analyse, la géométrie et la physique mathématique ».

- **Laure Saint-Raymond (1975-) France**

Cette mathématicienne est professeure à l'ENS de Lyon et à l'HES. Elle est membre de l'**Académie des sciences** dans la section « sciences mécaniques et informatiques » depuis 2013. Ses travaux portent principalement sur l'analyse asymptotique de systèmes d'**équations aux dérivées partielles**, notamment ceux gouvernant la dynamique des gaz, des plasmas ou des fluides. Elle a reçu de nombreuses distinctions et prix.

- **Maryna Viazovska (1984-) Ukraine - Suisse**

Cette mathématicienne est connue pour avoir résolu en 2016 le problème d'empilement compact en dimension 8 puis 24, elle est notamment lauréate de la **médaille Fields**, qui lui est décernée en 2022. Elle est la deuxième femme à recevoir cette médaille, la première étant Maryam Mirzakhani.

- **Nalini Anantharaman (1976-) France**

Cette mathématicienne, professeure au Collège de France, est titulaire de la chaire de géométrie spectrale. Elle a reçu le prix Henri-Poincaré en 2012. Son domaine de recherche tourne autour de la notion de **chaos quantique** et porte notamment sur la mécanique quantique (comme l'équation de Schrödinger) et la propagation des ondes

- **Olga Ladyjenskaïa (1922-2004) Russie**

Cette mathématicienne est connue pour ses travaux sur les équations aux dérivées partielles, les différences finies, les **équations de Navier-Stokes** ainsi que la dynamique des fluides. Elle a été nommée membre de l'Académie des sciences en URSS en 1990, puis membre de l'Académie des sciences de la fédération de Russie en 1991.

- **Paulette Libermann (1919-2007) France**

Cette mathématicienne est spécialisée dans la **géométrie différentielle**. Elle est la première ancienne élève de l'École normale de Sèvres (réservée aux femmes et fusionnée avec l'ENS Paris en 1985) à soutenir une thèse en mathématiques et à occuper une chaire dans l'enseignement supérieur

- **Raman Parimala (1948-) Inde**

Cette mathématicienne est connue pour ses contributions à l'**algèbre**. Elle est professeure de mathématiques à l'université Emory. Elle a reçu de nombreux prix et distinctions (membre de l'Indian Academy of Sciences, conférencière au Congrès International des Mathématiciens, membre du jury du prix Abel...).

- **Sophie Germain (1776-1831) France**

Cette mathématicienne, physicienne et philosophe travaille sur le problème des **surfaces vibrantes**, pour lequel elle obtient le grand prix des sciences mathématiques en 1815. Elle s'est également intéressée à la démonstration du dernier théorème de Fermat, et obtenu des résultats intermédiaires comme le théorème de Sophie Germain.

Elle utilisa un nom d'emprunt de 1794 à 1807 : Antoine Auguste Le Blanc. C'est sous ce nom qu'elle correspond avec les mathématiciens Carl Friedrich Gauss et Adrien-Marie Legendre, avant d'être reconnue en tant que femme et mathématicienne de premier plan dans le monde académique, bien qu'elle ait appris les mathématiques entièrement en **autodidacte**.