

Atelier

« La danse des noeuds »

Cet atelier permet d'aborder le concept de **groupe** et d'**action de groupe**, à partir de l'exemple de 2 ficelles que l'on peut emmêler grâce à un certain nombre d'actions prédéfinies.

Il comporte une première partie « **grandeur nature** », où les participant-es tiennent des cordes et se déplacent selon des instructions données permettant de fabriquer des noeuds. Le but est ensuite de dénouer les cordes, en respectant les opérations autorisées. La seconde partie se fait **sur table** avec des défis de difficulté croissante. Ceux-ci permettent d'approfondir la réflexion et d'aborder notamment la question d'inverse.

L'atelier peut être complété par des panneaux, à destination des adultes, expliquant les notions de base d'algèbre qui permettent de faire et défaire les noeuds de l'atelier.

Thématique : algèbre, groupe, action de groupe

Nombre de participant-es : Entre 4 et 15 personnes

Âge : à partir de 8 ans (grand public)

Durée : 45 min

Sommaire

Matériel	2
Déroulé de l'atelier	4
1. Installation	4
2. Grandeur nature (20 min)	4
Explication du problème et mise en place	4
Fabrication du premier noeud	5
Discussion	5
Fabrication du 2ème noeud	6
Discussion	6
3. Sur table (20 min)	6
4. Conclusion (5 min)	7
Récapitulatif des noeuds et de leurs solutions	8
Références	8

Atelier créé par Charlotte Avellaneda et Camille Beaudou. Merci à Loïc Cellier, Antoine Detaille, Laurent Ducerf et Cesco Reale pour l'idée et leur participation au travail sur cet atelier pendant le WECAM de janvier 2024.



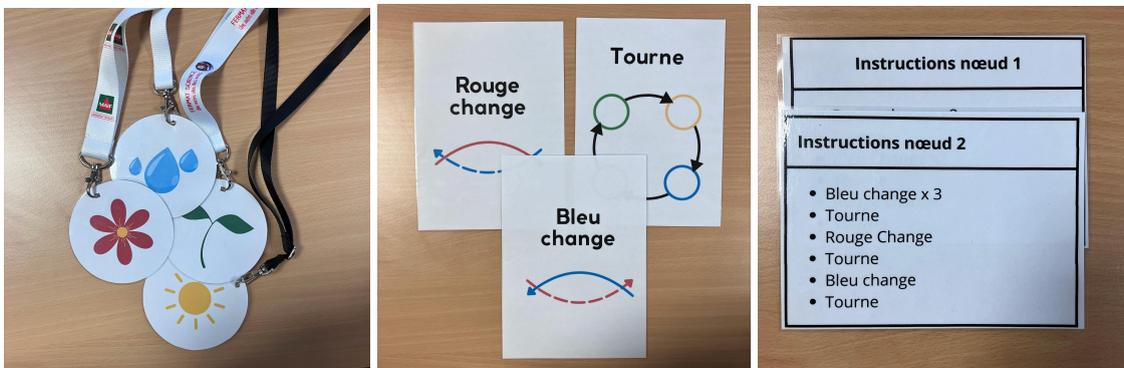
Matériel

Tout le matériel à imprimer se trouve dans le fichier "matériel à imprimer.pdf".

Il est possible de compléter ce matériel avec 3 feuilles A3 permettant d'aller un peu plus loin dans la compréhension du problème (fichier "panneaux pour aller plus loin.pdf").

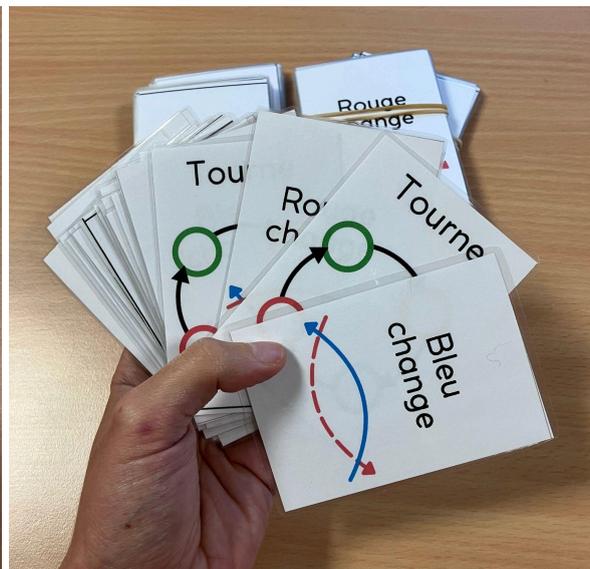
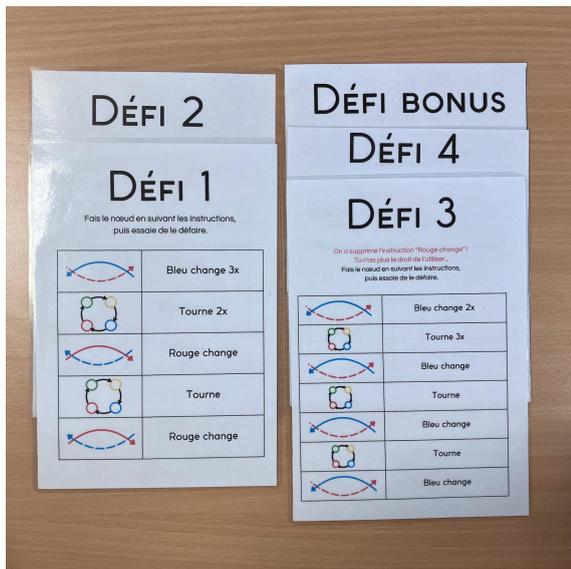
Pour le grandeur nature (pour 2 groupes de 4 personnes)

- 4 grandes cordes, type corde d'escalade.
- Craies pour dessiner au sol (4 couleurs différentes). A défaut, on peut utiliser des cerceaux ou des disques de papier coloré.
- Tours de cou (2 de chaque type).
- Grandes cartes pour les instructions (2 de chaque instruction). Pour le nœud 2, indiquer à l'arrière la séquence de démantèlement "courte".
- Fiches avec les séquences d'instructions.



Pour la partie sur table (pour 4 binômes)

- 4 plateaux pivotants et leurs pions¹.
- Fiches défis : 4 lots.
- 4 jeux de cartes avec les instructions. Un jeu de cartes est composé de 9 cartes "Rouge Change", 9 cartes "Bleu change" et 9 cartes "Tourne".
- Crayons et feuilles.

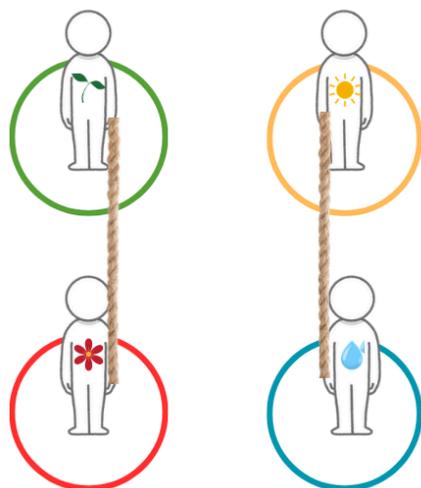


¹ Les plateaux sont composés d'une plaque de bois et d'une plaque de plexiglas de même taille, tenues ensemble par une vis. Le plateau en plexiglas pivote et est percé de 4 vis permettant de venir y poser les pions. Sur le plateau en bois sont peints des cercles de couleurs et les flèches. Les pions sont des morceaux de tube de PVC, liés deux par deux par une ficelle.



Déroulé de l'atelier

1. Installation



Préparer la partie "Grandeur Nature" en traçant au sol 4 cercles de couleur, assez grands pour qu'une personne puisse s'y tenir debout. Bien faire attention à l'ordre des couleurs (cf. illustration).

S'il est prévu de faire la partie sur table, installer pour chaque binôme attendu : un plateau tournant avec les pions, un set de défis et un paquet de cartes instructions.

Garder à proximité les grandes fiches instructions, les tours de cou, et les fiches avec les instructions pour les nœuds 1 et 2.

2. Grandeur nature (20 min)

Explication du problème et mise en place

Expliquer que l'atelier s'intéresse aux nœuds, ou plus précisément à la façon dont deux cordes s'emmêlent et se démmêlent (ce sont des enchevêtrements). Répartir les participant·es en deux groupes d'au moins 4 personnes chacun.

Pour chaque groupe, répartir 4 personnes dans les cercles de couleur et leur demander d'attraper la corde.

Expliquer qu'on va emmêler les cordes en suivant différentes instructions qui seront données par le ou la médiateur·rice. Bien préciser qu'on n'a pas le droit d'inventer de nouvelles instructions. Expliquer chaque instruction en montrant les dessins associés, en les faisant faire à chaque fois pour que chacun·e comprenne bien.

Nom de l'instruction	Effet
Tourne (T)	Rotation $\frac{1}{4}$ de tour dans le sens horaire.
Bleu change (B)	Les personnes positionnées dans les cercles bleu et rouge changent de place. Bleu passe par-dessus Rouge.
Rouge change (R)	Les personnes positionnées dans les cercles bleu et rouge changent de place. Rouge passe par-dessus Bleu.



Fabrication du premier noeud

Distribuer les tours de cou en expliquant qu'il s'agit juste d'un pense-bête pour se rappeler de son point de départ. Bien insister sur le fait que c'est la couleur de la base qui importe pour savoir qui doit faire "Bleu change" ou "Rouge change", pas celle du tour de cou.

Le médiateur ou la médiatrice donne les instructions suivantes à haute voix, et les participant-es les exécutent au fur et à mesure. On peut tout à fait avoir 2 ou 3 groupes en simultané. Bien vérifier que les instructions sont correctement exécutées.

Instructions noeud 1
<ul style="list-style-type: none">● Rouge change x 2● Tourne● Bleu Change x 2● Tourne● Rouge change● Tourne

Une fois le noeud fait, on demande aux participant-es de défaire le noeud en respectant les deux contraintes suivantes :

- On ne peut utiliser que les 3 mouvements expliqués au début
- Chaque personne doit être revenue dans sa "maison" à la fin.

S'il y a plusieurs groupes : celui qui termine en premier a gagné !

Discussion

Discuter avec le groupe : Si on fabrique un noeud avec ces instructions, est-ce qu'on pourra toujours le défaire ? Est-ce qu'on pourrait imaginer une technique pour défaire facilement un noeud ?

Réponses attendues : faire les instructions inverses, faire les instructions dans l'autre sens.

Expliquer qu'en effet, être capable d' "inverser" chacune des instructions pour défaire le noeud pourrait être bien pratique : il suffit ensuite d'annuler une par une chacune des instructions qui ont permis d'emmêler nos cordes (dans le sens inverse où elles ont été faites)

- *Quelle est l'instruction qui annule "Bleu change" ? "Rouge change" (et vice-versa).*
- *Quelle est l'instruction qui annule "Tourne" ? Tourne 3x. Bien rappeler que chaque personne doit être revenue dans sa "maison".*

Faire des exemples faciles pour illustrer, au fur et à mesure de l'explication :

- Bleu change - Rouge Change
- Tourne 4x
- Rouge Change - Tourne - Tourne 3x - Bleu Change

Point d'attention sur le discours : bien faire comprendre que l'instruction inverse ne doit pas "modifier" autre chose que l'instruction qu'elle inverse. Exemple, si j'ai



$GrosNoeud + Tourne$, en faisant $GrosNoeud + Tourne + Tourne^{-1}$, je dois obtenir $GrosNoeud$ (j'ai juste annulé la dernière instruction, "tourne", le nœud initial n'a pas changé).

Fabrication du 2ème nœud

Refaire un 2ème nœud, avec le même fonctionnement que pour le 1er.

Instructions nœud 2
<ul style="list-style-type: none">• Bleu change x 3• Tourne• Rouge Change• Tourne• Bleu change• Tourne

A nouveau, demander aux participant·es de le défaire, en laissant à disposition la fiche avec les instructions. Iels vont probablement utiliser la technique évoquée lors de la discussion qui a précédé.

Discussion

Demander aux participant·es s'ils pensent que cette technique est efficace, combien d'instructions iels ont dû faire pour démêler.

Le but est de leur faire remarquer que cette technique marche à tous les coups, mais n'est pas forcément la plus efficace. Par exemple :

- Si on a fait : $B T T$, en appliquant les instructions inverses il faudrait faire $T^3 T^3 R$ (7 instructions), alors que $T^2 R$ suffit (3 instructions). Ce n'est pas très difficile à voir.
- Sur le nœud 2, la suite d'instructions suivante défait le nœud : $T R T B T R^3$ (le ou la médiatrice peut le refaire pour les convaincre).

3. Sur table (20 min)

Expliquer qu'on va maintenant continuer de réfléchir au problème de façon plus pratique, sur table. Répartir les participant·es en binôme. Chaque binôme a pour matériel :

- Fiches avec les défis
- Cartes avec les instructions
- Plateau tournant

Expliquer le matériel, montrer notamment que l'on peut faire tourner le plateau d' $\frac{1}{4}$ de tour pour l'instruction "Tourne".

Pour chaque défi, les personnes devront d'abord faire le nœud en suivant les instructions, puis le défaire (en respectant les mêmes contraintes que dans le grandeur nature !).



- **Défi 1** : semblable à ceux du grandeur nature, permet surtout de découvrir le matériel.
- **Défis 2 et 3** : On enlève l'instruction R. Il faut réussir à défaire le nœud sans cette instruction. Le défi 2 est plutôt facile, le défi 3 plus compliqué. Si les personnes n'arrivent pas à faire le défi 3, on peut leur demander ce qu'il leur manque pour faire la technique trouvée lors du grandeur nature (l'inverse du B) et les envoyer directement sur le défi 4.
- **Défi 4** : Essayer de trouver l'instruction qui annule B (B^{-1}). Attention, elle doit fonctionner quelle que soit la situation de départ (et annuler seulement le dernier B, pas autre chose).

Solution : $B^{-1} = TBTBT$.

Pour guider :

- On peut trouver la séquence avec l'idée qu'il faut que le fil passé sous B une première fois, passe sous tous les autres fils et revienne à sa place initiale. Ne pas hésiter à faire des dessins pour l'expliquer.
- On peut aussi y aller étape par étape : une fois qu'on a fait B, inutile de le refaire, donc on tourne. Si on tourne une deuxième fois, on ne pourra plus agir sur le fil à "dénouer", donc on fait B. Et ainsi de suite.
- Les défis 2 et 3 ont un début d'identité. On peut essayer de trouver une solution au défi 2 où elle apparaît (pour annuler le 2ème B).

4. Conclusion (5 min)

- Une partie des mathématiques s'intéresse aux nœuds et enchevêtrements (applications en génétique par exemple).
- On a réussi à trouver une méthode automatique pour défaire un problème qui avait l'air compliqué, en décomposant celui-ci.



Récapitulatif des noeuds et de leurs solutions

Nom du noeud	Emmêlage	Démêlages possibles
Grandeur Nature - Noeud 1	$R^2 T B^2 T R T$	$T^3 B T^3 R^2 T^3 B^2$
Grandeur Nature - Noeud 2	$B^3 T R T B T$	$T R T B T R^3$ $T^3 R T^3 B T^3 R^3$
Sur table - Défi 1	$B^3 T^2 R T R$	$B T^3 B T^2 R^3$
Sur table - Défi 2	$B^2 T B T$	$B^2 T^3 B T^3$ $B T T B T B T$
Sur table - Défi 3	$B^2 T^3 B T B T B$	$T B T B^2 T^3 B T$ $T^2 (T B T B T)^2$
Sur table - Défi Bonus	$B^2 T^3 B^2 T^2 B$	$T B T^3 B^2 T B^3 T^3 B T$

Références

- Mickaël Launay : [Une énigme de 50 ans résolue : le noeud de Conway n'est pas bordant - Micmaths](#)
- Véritassium : [How The Most Useless Branch of Math Could Save Your Life](#)
- Film : [Comment j'ai détesté les maths](#)
- Danse des enchevêtrements : [Dance, tangles, and topology! – Science in School](#)

